

UNIVERSIDAD DE COSTA RICA

FACULTAD DE INGENIERIA

ESCUELA DE INGENIERIA DE BIOSISTEMAS

Cinética de la masa y expansión volumétrica del frijol en
hidratación

Tesis para optar por el grado de Licenciatura en Ingeniería Agrícola

Ovidio Valerio Cubillo

Ciudad Universitaria Rodrigo Facio

San José, Costa Rica

2016

Esta tesis fue aprobada por el Tribunal Examinador, como requisito parcial para optar al grado y título de Licenciatura en Ingeniería Agrícola.

Ing. Guillermo Vargas Elías, M. Sc.
Director, Equipo Asesor

Ing. Ricardo Radulovich Ramírez, Ph.D.
Miembro, Equipo Asesor

Ing. Geovanni Carmona Villalobos
Miembro, Equipo Asesor

Ing. Mauricio Bustamante Román
Miembro, Tribunal Examinador

Ing. Juan Roberto Mora Chaves
Presidente, Tribunal Examinador

Ing. Ovidio Valerio Cubillo
Sustentante

Agradecimientos

Primero a mi Dios sobre el cual vienen todas las cosas y a quien agradezco por haberme llevado adelante en mi vida.

A mi director de Tesis, don Guillermo Vargas, por su gran apoyo y guía durante la tesis, en la cual me sustentó para realizar un trabajo meticuloso y ordenado.

A mi lector, don Geovanni Carmona, por su gran aporte profesional, y el enorme trabajo como mentor que recibí aún desde el día que lo conocí como profesor.

Al docente en investigación, don Luis Barboza, por su contribución con dispositivos que son productos de su gran ingenio, sin los cuales el trabajo hubiera sido imposible de lograr.

A los encargados del laboratorio del CIGRAS por la disposición de equipos y atención en las pruebas de calidad realizadas.

Índice General

1	Resumen	1
2	Introducción	2
3	Marco Teórico.....	4
4	Objetivos.....	12
5	Metodología.....	13
5.1	Pruebas preliminares.....	13
5.2	Desarrollo de una herramienta de análisis de imágenes fotográficas para la medición de volumen unitario de grano	16
5.3	Análisis de cinética de cambio de volumen y masa	20
6	Resultados y Discusión.....	24
6.1	Determinación de las propiedades físicas del frijol.....	24
6.2	Validación del método de medición unitaria del volumen del frijol aproximado a un elipsoide de diámetros a, b y c	25
6.3	Análisis de cinética de volumen y masa.....	30
6.3.2	Modelos para razón de expansión volumétrica	32
6.3.3	Modelos para cambio de masa.....	37
6.4	Efecto de la temperatura sobre la cinética de expansión volumétrica	50
7	Conclusiones	63
8	Recomendaciones	65
9	Bibliografía.....	67
	Anexo A: Resultados de la calibración del picnómetro	72

Anexo B: Macros para ImageJ	73
-----------------------------------	----

Índice de Figuras

Figura 3.1 Diseño esquemático del grano de frijol con sus dimensiones características....	5
Figura 5.1 Picnómetro utilizado para medición de volumen unitario.....	14
Figura 5.2 Prueba de germinación para semilla de frijol.....	15
Figura 5.3 Diagrama esquemático del equipo para análisis de imágenes.....	17
Figura 5.4. Equipo para análisis de imágenes.	18
Figura 5.5 Imagen de frijol fotografiada (arriba), y muestra contrastada (abajo).....	19
Figura 5.6. Imágenes utilizadas para calibración del método de PDI.....	19
Figura 5.7 Platos Petri utilizados.....	21
Figura 5.8. Diagrama esquemático del sistema estudiado.	22
Figura 6.1 Comparación de los diámetros menor y mayor de las elipses.....	25
Figura 6.2 Mediciones de los diámetros a, b y c del vernier versus PDI.....	27
Figura 6.3 Mediciones de los volúmenes del picnómetro versus PDI.....	29
Figura 6.4 Modelo de Peleg para razón de volumen.....	34
Figura 6.5. Modelo sigmoide para razón de volumen.....	36
Figura 6.6 Modelo de Peleg para humedad.....	38
Figura 6.7 Modelo sigmoide para humedad.....	40
Figura 6.8. Función Lineal para correlacionar humedad con razón de área superficial....	41
Figura 6.9 Función Lineal para correlacionar humedad con razón de volumen.....	42
Figura 6.10 Logaritmo natural de razón de concentración de masa contra tiempo.....	44
Figura 6.11 Razón de concentración de masa contra tiempo.....	48
Figura 6.12 Modelo analítico de transferencia de masa.....	49
Figura 6.13 Variación de los coeficientes del modelo de Peleg para razón de volumen con respecto a la temperatura.	51

Figura 6.14 Variación de los coeficientes del modelo de Peleg para humedad con respecto a la temperatura	53
Figura 6.15 Variación de los coeficientes del modelo sigmoide para razón de volumen con respecto a la temperatura	54
Figura 6.16 Variación de los coeficientes del modelo sigmoide para humedad con respecto a la temperatura	55
Figura 6.17 Variación de los coeficientes del modelo de transferencia de masa con respecto a la temperatura	56
Figura 6.18 Parámetros para energía de activación.....	57
Figura 6.19 Ecuación de Arrhenius con respecto al coeficiente de transferencia de masa.....	59
Figura A.1 Variación de la densidad del aceite con la temperatura.....	72

Índice de Cuadros

Cuadro 6.1 Propiedades del frijol Matambú	24
Cuadro 6.2 Constantes de regresión lineal	26
Cuadro 6.3 Comparación entre distancias en pixeles para 1 mm	26
Cuadro 6.4 Análisis de distintos métodos de medición de dimensiones en frijol	28
Cuadro 6.5 Análisis de distintos métodos de medición de volumen en frijol.....	28
Cuadro 6.6 Geometría inicial del frijol	31
Cuadro 6.7 Valores de equilibrio del frijol en hidratación.....	32
Cuadro 6.8 Coeficientes de regresión del modelo de Peleg para razón de volumen.....	33
Cuadro 6.9 Coeficientes de regresión del modelo sigmoide para razón de volumen	35
Cuadro 6.10 Coeficientes de regresión del modelo de Peleg para humedad	37
Cuadro 6.11 Coeficientes de regresión del modelo sigmoide para humedad.....	39
Cuadro 6.12 Coeficientes de regresión lineal para modelo de transferencia de masa.....	45
Cuadro 6.13 Coeficientes de regresión exponencial para modelo de transferencia de masa.....	46
Cuadro 6.14 Constantes de regresión para modelo de transferencia de masa con resistencia interna despreciable.....	47
Cuadro 6.15 Valores de energía de activación estudiados	60
Cuadro 6.16 Síntesis de los modelos estudiados.....	62
Cuadro A.1 Variación del volumen del aceite en los límites operativos	72

1 Resumen

La presente investigación analizó la expansión del frijol Matambú (*Phaseolus vulgaris*) para explicar su proceso de hidratación previo a otros sistemas de procesamiento. Para ello se determinó la relación del aumento de la masa y el volumen de dicho grano en función del tiempo y la temperatura del medio para encontrar el mejor modelo que describa las propiedades de absorción de agua.

El frijol Matambú es el objeto de estudio debido a que hace referencia a estudios previos efectuados en el ámbito agroalimentario. Su importancia como grano radica en ser un producto con altos tiempos de almacenamiento y resistencia a enfermedades, aspecto que lo hace más competitivo con respecto a otros granos de frijol.

Con base a una herramienta automatizada de procesamiento digital de imágenes, la cual permite analizar una mayor cantidad de granos de forma simultánea, se midió el cambio de volumen unitario de granos en hidratación manteniendo su integridad.

El cambio de masa se estudió de forma análoga a la razón de cambio de volumen en frijol, de manera que se utilizó 3 modelos para explicar la cinética de humedad y expansión volumétrica: Peleg, sigmoide y de difusión. El proceso se analizó para la temperatura de agua de 20-70 °C.

Se observó con la ecuación de Arrhenius que la velocidad de hidratación aumenta con la temperatura, y se determinó la energía de activación con valores de 19,76 - 24,29 kJ·mol⁻¹ para los modelos usados. Con esto se desarrolló un método objetivo, rápido y eficiente para analizar propiedades del grano asociadas con su calidad.

2 Introducción

El frijol común (*Phaseolus vulgaris*) es uno de los cultivos originarios del continente americano con mayor consumo a nivel mundial, teniendo relevancia en Latinoamérica, África y Asia (Arias, Valverde, Fonseca, & Melara, 2010). Dicho cultivo ha sufrido un proceso de adaptación en su siembra y cosecha en los trópicos, causado por la selección de genotipos que combinan el rendimiento en entornos estresantes con otros atributos deseables de las plantas que lo hacen importante para suplir las demandas alimenticias a nivel global (Rao, 2014).

América Latina es considerada el centro de domesticación del frijol, donde se produce casi la mitad de la oferta mundial de granos secos (Clement & Quisenberry, 1998). También es uno de los cultivos de mayor importancia económica y alimenticia en Costa Rica, en donde la producción nacional de frijol es de 10 mil toneladas métricas anuales, cultivadas en aproximadamente 12 mil ha, con 10 kg de consumo per cápita anual, de los cuales el de mayor consumo es el frijol negro (Jiménez, 2008). Es una fuente de proteína, hierro y fibra en la dieta de los costarricenses; y posee grandes desafíos entre los que está la transmisión de enfermedades debido al tratamiento pos cosecha (Chaves, Echeverry, Miller, & Brashears, 2015), razón por la cual el conocimiento del comportamiento de los granos ante los tratamientos pos cosecha es importante.

El remojo se utiliza ampliamente como un pre tratamiento de los cereales y legumbres antes de otros sistemas de procesamiento. En frijol la imbibición se utiliza para hidratar los granos de un modo parejo para poder generar el agua necesaria para la gelatinización del almidón y la desnaturalización de las proteínas durante la cocción (Zanella-Díaz, Mújica-Paz, Soto-Caballero, Welti-Chanes, & Valdez-Fragoso, 2014).

La presente investigación brinda una percepción del proceso de imbibición del frijol como un material biológico con propiedades físicas relativamente constantes, que tiene

una interacción en procesos macroscópicos que pueden describirse con ecuaciones de transporte y modelos numéricos, con el fin de desarrollar una herramienta para determinar la calidad del grano objetivamente.

3 Marco Teórico

El conocimiento de las propiedades físicas de los productos agrícolas, como el tamaño y forma son fundamentales para comprender su calidad (Arana, 2012). El mayor problema es que poseen una alta variabilidad en sus dimensiones para un mismo tipo de cultivo (Arozarena, Iguaz, Noriega, Bobo, & Vírseda, 2012).

Las mediciones más comunes que se realizan en los granos son aquellas que describen su estructura, tales como las caracterizaciones de la forma física que representan la apariencia de un objeto (área, perímetro, volumen, longitudes de ejes mayores y menores). Las características morfológicas son ampliamente utilizadas en clasificación y detección automatizada de los objetos en la industria (Costa et al., 2011).

Los métodos de medición directa de estructura utilizan aproximaciones de los granos a figuras geométricas, asumiendo que el cuerpo posee un eje de rotación. En el caso del frijol, se considera que hay semejanza a un elipsoide triaxial (Figura 3.1), lo cual implica que las 3 secciones perpendiculares son elipses (Stroshine, 2014), para lo cual se considera que el volumen del sólido surge a partir de la ecuación 3.1, y el área superficial de la ecuación 3.2.

$$V = \frac{4}{3} \pi \frac{abc}{8} \quad (3.1)$$

$$A = 4\pi \sqrt[1.608]{\frac{(ab/4)^{1.608} + (ac/4)^{1.608} + (bc/4)^{1.608}}{3}} \quad (3.2)$$

En donde $a/2$, $b/2$ y $c/2$ son los radios de los 3 ejes perpendiculares de las elipses, los cuales son medidos utilizando los diámetros que son las distancias ortogonales más largas que pueden ser observadas en un grano (Stroshine, 2014). Esta aproximación se ha evaluado para cebada con correlaciones aceptables al ser comparado con otros modelos (Walker & Panozzo, 2012).

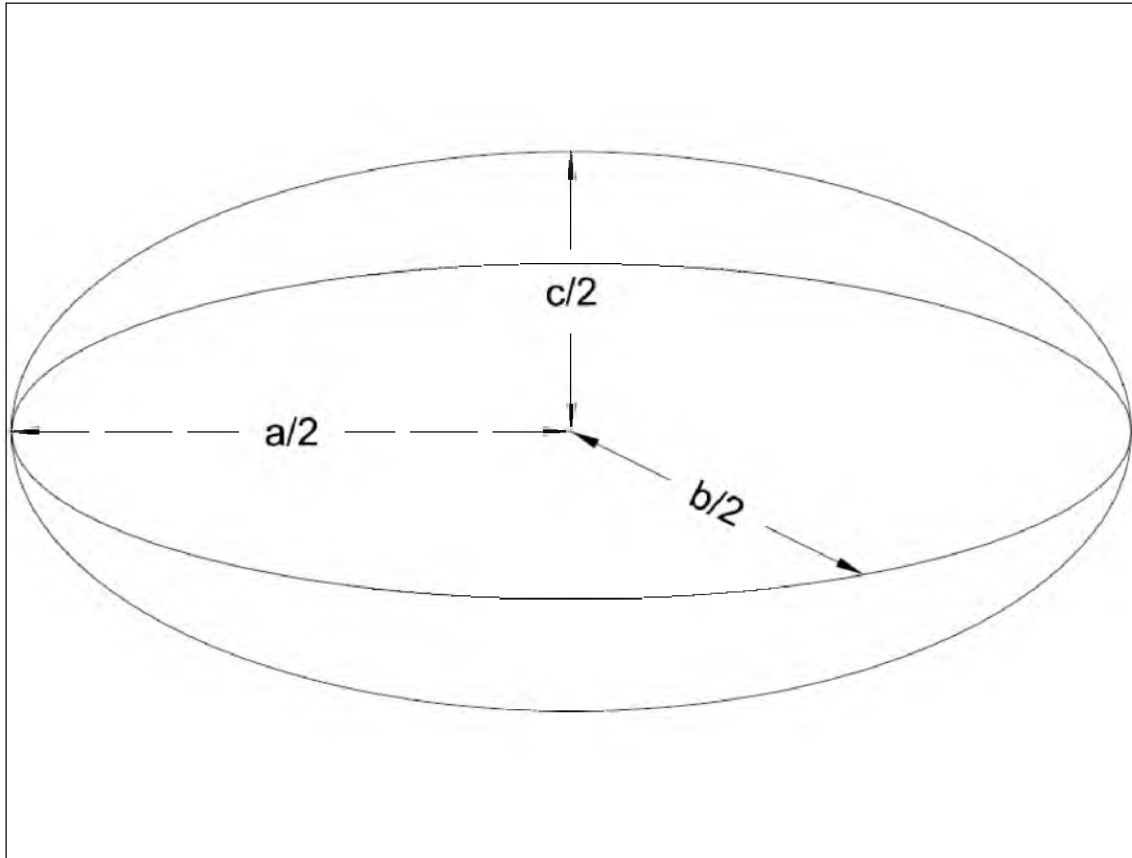


Figura 3.1 Diseño esquemático del grano de frijol con sus dimensiones características.

Los métodos para definir estas variables involucran tradicionalmente el vernier, aunque existen métodos alternativos que utilizan análisis de imágenes, para lo cual una o varias imágenes de un perfil de grano son ejercidas para definir áreas, establecer ecuaciones de volumen, o medir distancias (Costa et al., 2011). En frijol dicha técnica ha sido usada para poder estudiar y diferenciar especies (Venora, Grillo, Ravalli, & Cremonini, 2009).

Adicionalmente, el volumen puede ser medido de forma directa con controles de líquido desplazado, a partir del cual se obtiene la diferencia de volumen de fluido en un contenedor, ocasionada por el espacio desplazado por un sólido (Rahman, 2005).

En el método de líquido desplazado, se hace uso de una botella de gravedad específica o picnómetro, con un pequeño orificio en la tapa superior en donde el líquido excedente es extraído; inicialmente la botella se pesa y se llena con un líquido de densidad conocida, luego es introducido el sólido a medir y removido el fluido desplazado para medir el peso final del picnómetro. De aquí se calcula el volumen desplazado con la ecuación 3.3 (Mohsenin, 1986).

$$V_s = \frac{(W_{p+f} - W_p) - (W_{p+f+s} - W_{p+s})}{\rho_f} \quad (3.3)$$

Donde W corresponde a la masa, ρ la densidad, el subíndice p al picnómetro, f al fluido desplazado, y s al sólido medido. Este método ha sido utilizado para granos como el café, utilizando aceite vegetal como líquido en el medio (Alfaro, 2015).

Existen mecanismos en los que el volumen no permanece constante, como lo son procesos de secado e hidratación, por lo que es importante crear modelos predictivos que permitan conocer el cambio de esta propiedad a través del tiempo (Michailidis, Krokida, Bisharat, Marinos-Kouris, & Rahman, 2009). Es posible la generación de modelos que determinen el cambio de densidad, porosidad y volumen considerando variables de humedad y temperatura. Dichos modelos han sido aplicados para una gran gamma de alimentos cárnicos, productos frescos, granos y materiales procesados (Michailidis, Krokida, & Rahman, 2009).

El modelo de Peleg es el más utilizado para estudiar la cinética de cambio de masa para granos hidratados (3.4). El modelo consiste de una ecuación empírica para la descripción de las curvas de absorción de humedad para materiales expuestos a la

atmósfera o embebidos para tiempos de estudio cortos, mucho antes de que el nivel de humedad se acerque a los niveles de equilibrio con el medio (Peleg, 1988).

$$M(t) = M_0 \pm \frac{t}{(K_1 + K_2 t)} \quad (3.4)$$

En donde M es la humedad (kg agua/kg masa total) para el tiempo t (min) y el subíndice 0 corresponde a la condición inicial. Los coeficientes K_1 y K_2 corresponden a constantes propias de la regresión. Dicho modelo también ha sido usado para correlacionar masa (Kaptso et al., 2008), debido a su naturaleza empírica (Peleg, 1988).

La cinética de cambio de masa ha sido estudiada para productos como el sorgo (Kashiri, Kashaninejad, & Aghajani, 2010), soya (Quicazán, Caicedo, & Cuenca, 2012), arroz y bagazo de cebada (Cardoso, Ascheri, & Carvalho, 2014), alcanzando coeficientes de correlación superiores a 0,95.

Paredes et al. (2012) han correlacionado las constantes K_1 con la velocidad de transferencia de masa y K_2 con la máxima capacidad de absorción de agua para frijoles caballero (*Phaseolus vulgaris*), además se encontró una relación lineal de aumento de K_1 con la temperatura. Sin embargo, dicha relación ha sido debatida dado que el modelo de Peleg no se ajusta para casos como el frijol rojo (*Phaseolus vulgaris* L.), (Abu-Ghannam & McKenna, 1997) y la relación no se logra mantener de forma lineal (Oliveira et al., 2013).

Además, el modelo de Peleg, a pesar de ser el más usado, no puede describir una fase de retraso inicial, que se observa durante la hidratación de algunos granos secos, sin ser capaz de representar adecuadamente la forma sigmoide de la cinética de cambio de masa (Kaptso et al., 2008; Oliveira et al., 2013). Para ello, se ha presentado una ecuación para poder tomar en cuenta el tiempo de retraso (3.5), que corresponde a un periodo de tiempo donde la absorción es lenta (Kaptso et al., 2008).

$$M(t) = \frac{M_{eq}}{1 + \exp[-k \cdot (t - \tau)]} \quad (3.5)$$

En este modelo sigmoide, M_{eq} es la humedad en el equilibrio (kg agua/kg masa total), k es la constante de la cinética (min^{-1}), y τ el tiempo de retraso (min).

En su trabajo para frijoles embebidos Adzuki (*Vigna angularis*), Oliveira et al. (2013) demostraron que la humedad de equilibrio es proporcional de modo lineal con la temperatura del agua, y que en parámetros k y τ hay una dependencia con la temperatura considerando la energía de activación, para lo cual se utilizó la ecuación de Arrhenius.

La relación de Arrhenius es un modelo ampliamente utilizado para describir el efecto de la temperatura sobre diferentes propiedades físico químicas (Oliveira et al., 2013); representa la dependencia de la velocidad de una reacción química con respecto a la temperatura. Para una reacción química de primer orden se presenta el cambio de una propiedad en la ecuación 3.6, que es la versión modificada de la ecuación de Arrhenius (Mc Naught & Wilkinson, 2012).

$$P(T) = P \cdot \exp\left(\frac{E_a}{R \cdot T}\right) \quad (3.6)$$

En donde P es el factor pre exponencial, que expresa la dependencia de la temperatura empírica con el coeficiente de velocidad del proceso, E_a es la energía de activación ($\text{J} \cdot \text{mol}^{-1}$), R es la constante de los gases ideales ($8,31 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$), y T es la temperatura absoluta del agua ($^{\circ}\text{K}$) (Mc Naught & Wilkinson, 2012).

Asumiendo $P(T)$ como una propiedad producida por la regresión estadística de un proceso, se ha logrado establecer correlaciones usando esta ecuación para productos como el frijol Adzuki (*Vigna angularis*) (Oliveira et al., 2013), frijol rojo (*Phaseolus vulgaris* L.), garbanzo Chico (*Cicer arietinum* L.) (Shafaei, Masoumi, & Roshan, 2016), Caupí (*Vigna unguiculata*), y cacahuets Bambara (*Voandzeia subterranea*) (Kaptso et al., 2008).

La mayoría de los productos alimenticios sólidos son materiales capilarmente porosos y coloidales, por lo que es válida la aplicación de la ley de Fick como base para estudiar los mecanismos de transporte de materia. Sin embargo se debe considerar el tipo

y la tasa de transferencia de masa, dado que por lo general los coeficientes de difusión pueden cambiar a través del tiempo o con respecto a la temperatura (Hallström, Gekas, Sjöholm, & Romulus, 2006). Por lo tanto, se vuelve válido el análisis de transferencia de masa, haciendo uso de las ecuaciones de transporte de flujo transitorio, comparando la geometría real con un cilindro infinito, una placa infinita o una esfera (Datta, 2002). A partir de la siguiente ecuación diferencial general:

$$\frac{1}{x^n} \cdot \frac{\partial}{\partial x} (x^n \cdot \partial \phi \partial x) = \frac{1}{\Omega} \cdot \partial \phi \partial t \quad (3.7)$$

Donde ϕ es el gradiente de temperatura o concentración, x es la posición dentro de la geometría medida desde el centro, n es el número característico (0 para placa infinita, 1 para cilindro infinito, 2 para esfera), Ω es la difusividad másica o térmica (Erdoğdu, 2005).

Las soluciones para la condición inicial de masa uniforme, contorno de simetría central y el límite de convección en la superficie, se dan para estas geometrías de la siguiente forma, presentando también sus correlaciones con el número de Biot (Erdoğdu, 2005).

Placa infinita:

$$\psi = \frac{\phi(x, t) - \phi_{\infty}}{\phi_i - \phi_{\infty}} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \sin \lambda_n}{\lambda_n + \sin \lambda_n \cdot \cos \lambda_n} \cdot \cos(\lambda_n \cdot \frac{x}{L}) \cdot \exp(-\lambda_n^2 \cdot Fo) \quad (3.8)$$

$$Bi = \lambda \cdot \tan \lambda \quad (3.9)$$

Cilindro infinito:

$$\psi = \frac{\phi(x, t) - \phi_{\infty}}{\phi_i - \phi_{\infty}} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\lambda_n^2} \cdot \frac{J_1(\lambda_n)}{J_0^2(\lambda_n) + J_1^2(\lambda_n)} \cdot J_1(\lambda_n \cdot \frac{x}{L}) \exp(-\lambda_n^2 \cdot Fo) \quad (3.10)$$

$$Bi = \frac{\lambda J_1(\lambda)}{J_0(\lambda)} \quad (3.11)$$

Esfera:

$$\psi = \frac{\phi(r, t) - \phi_\infty}{\phi_i - \phi_\infty} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(\sin\lambda_n - \lambda_n \cos\lambda_n)}{\lambda_n - \sin\lambda_n \cdot \cos\lambda_n} \cdot \frac{\sin(\lambda_n \cdot \frac{r}{R})}{\lambda_n \cdot \frac{r}{R}} \cdot \exp(-\lambda_n^2 \cdot Fo)] \quad (3.12)$$

$$Bi = 1 - \frac{\tan(\lambda)}{\lambda} \quad (3.13)$$

Donde se cumple que:

$$Fo = \frac{\Omega t}{\varepsilon^2} \quad (3.14)$$

$$Bi = \frac{h\varepsilon}{\Omega} \quad (3.15)$$

En este caso, ε corresponde a la mitad del grosor de la placa L, el radio de la esfera R o cilindro L; h es el coeficiente de convección térmica o coeficiente másico, Ω es el coeficiente de difusión másica o térmica, λ corresponde a las raíces que resuelven las ecuaciones 3.8, 3.10 y 3.12; J_n son las funciones de Bessel de orden n, Bi corresponde al número de Biot y Fo al de Fourier.

Sin embargo, para los cálculos relacionados con la transferencia de masa, estas ecuaciones deben ser integradas a través de todo el volumen, ya que en general los resultados experimentales se obtienen de forma global en vez de una cierta ubicación, por lo que se obtienen las siguientes relaciones:

Placa infinita:

$$\psi = \frac{\phi - \phi_\infty}{\phi_i - \phi_\infty} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{\lambda_n} \cdot \frac{\sin^2\lambda_n}{\lambda_n + \sin\lambda_n \cdot \cos\lambda_n} \cdot \exp(-\lambda_n^2 \cdot Fo)] \quad (3.16)$$

Cilindro infinito:

$$\psi = \frac{\phi - \phi_\infty}{\phi_i - \phi_\infty} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{\lambda_n^2} \cdot \frac{J_1^2(\lambda_n)}{J_0^2(\lambda_n) + J_1^2(\lambda_n)} \cdot \exp(-\lambda_n^2 \cdot Fo)] \quad (3.17)$$

Esfera:

$$\psi = \frac{\phi - \phi_{\infty}}{\phi_i - \phi_{\infty}} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{6}{\lambda_n^3} \cdot \frac{(\sin\lambda_n - \lambda_n \cos\lambda_n)^2}{\lambda_n - \sin\lambda_n \cdot \cos\lambda_n} \cdot \exp(-\lambda_n^2 \cdot Fo) \quad (3.18)$$

El logaritmo natural de la razón de concentración de masa ψ adquiere una relación lineal con el tiempo cuando el número de Fourier es mayor a 0,2. La intersección y pendiente de esta ecuación lineal se pueden usar para despejar los valores de los coeficientes másicos de forma analítica (Erdogdu, 2008).

Adicionalmente, es posible analizar el sistema asumiendo una resistencia interna despreciable al transporte de masa cuando el número de Biot es semejante a 0 (Çengel, 2003). Se puede conseguir con los productos de la ecuación (3.7), eliminando los términos despreciables o bien, con la relación obtenida con los números de Biot y Fourier:

$$\psi = \frac{\phi - \phi_{\infty}}{\phi_i - \phi_{\infty}} = \exp(-Bi \cdot Fo) = \exp\left(-\frac{h\varepsilon}{\Omega} \cdot \frac{\Omega t}{\varepsilon^2}\right)$$

$$\psi = \frac{\phi - \phi_{\infty}}{\phi_i - \phi_{\infty}} = \exp\left(-\frac{h}{\varepsilon} t\right) \quad (3.19)$$

Como consideración, se hace un balance de masa para calcular el contenido de humedad final usando ganancia neta de peso, cuando el contenido de sólidos solubles en el agua usada sea despreciable, lo cual se puede afirmar cuando este sea menor a 2 ° Brix (Oliveira et al., 2013; Paredes et al., 2012; Zanella-Díaz et al., 2014). La humedad en base húmeda (b.h.) se define de la siguiente forma, donde W es la masa y M humedad (Stroshine, 2014):

$$M = \frac{W_{\text{agua en el grano}}}{W_{\text{total del grano}}} \quad (3.20)$$

4 Objetivos

4.1 Objetivo General:

- Determinar la relación del aumento de la masa y el volumen del grano de frijol en función del tiempo y la temperatura del medio para determinar el mejor modelo que describa las propiedades de absorción de agua.

4.2 Objetivos específicos:

- Desarrollar una herramienta de análisis de imágenes fotográficas para la medición de volumen unitario de grano.
- Ajustar un modelo matemático para predecir la cinética de cambio de volumen y masa.
- Estudiar el efecto de la temperatura sobre la cinética de expansión volumétrica del frijol.

5 Metodología

El presente estudio se realizó en las instalaciones del Centro para Investigación en Granos y Semillas (CIGRAS), para el cual se utilizaron equipos propios del laboratorio de calidad de semillas. Todas las mediciones de peso presentadas se realizaron con balanzas analíticas con precisión de 0,1 mg. Se utilizó el software SigmaPlot v.11 para realizar las regresiones estadísticas y análisis de varianza.

El tiempo necesario para la realización de los experimentos de esta tesis correspondió a 3 meses inmediatos a la cosecha, intervalo de tiempo que es menor a 5 meses, por lo que la calidad del grano se puede considerar constante para el frijol Matambú (Oreamuno, 2016) y se asume que las propiedades físicas descritas en esta tesis se mantuvieron invariables en el tiempo.

5.1 Pruebas preliminares

Se tomó una muestra de 10 kilogramos de frijol negro *Phaseolus vulgaris*, variedad Matambú, el cual fue cosechado en enero del 2016 en la Estación Experimental Fabio Baudrit. El producto se mantuvo en un cuarto seco, en contenedores herméticos, y fue clasificado y separado el grano de menor y mayor tamaño usando cribas de perforaciones redondas de 11/64 y 12/64 respectivamente, lo que redujo la cantidad disponible a 6 kilogramos. Seguidamente se descartaron impurezas de manera manual y seleccionaron los granos que eran visualmente uniformes y carentes de daño mecánico.

Se determinó el contenido de humedad según la norma ISTA, usando un horno de convección forzada a $105 \pm 0,5$ °C durante 24 h para 3 repeticiones, calculado en base húmeda (b.h.). Lo que permitió establecer la humedad con la siguiente fórmula, donde W es la masa y M humedad en decimales:

$$M = \frac{W_{\text{grano húmedo}} - W_{\text{grano seco}}}{W_{\text{grano húmedo}}} \quad (5.1)$$

Se calculó la densidad aparente con un densímetro de granos OHAUS para 10 repeticiones, y la densidad real con un picnómetro de $32,240 \pm 4 \cdot 10^{-4}$ mL para 2 repeticiones de 50 granos usando aceite de girasol (Figura 5.1). El picnómetro fue calibrado utilizando agua destilada, se verificó que el cambio de volumen del recipiente fue despreciable en el rango de temperaturas de operación (Anexo A).



Figura 5.1 Picnómetro utilizado para medición de volumen unitario

El tiempo de cocción del grano fue determinado con una prueba para 50 granos, realizada por el personal del Laboratorio de Calidad de Granos en el CIGRAS, según la norma RTCR 384:2004 del Decreto N° 32149-MEIC-MAG-S publicado en La Gaceta del 5

de enero del 2005. Dicha prueba se basa en caracterizaciones subjetivas de textura que permiten conocer al operador el número de granos que fueron cocidos exitosamente.

El porcentaje de germinación se estableció con pruebas para 4 repeticiones de 25 granos, las cuales se realizaron con los equipos y laboratorios certificados del CIGRAS, con el porcentaje total de semillas germinadas definido por los técnicos del mismo. Las semillas fueron plantadas en papel sobre láminas metálicas, y guardadas en cámaras de germinación durante 3 días, y se determinó de manera visual las semillas que generaron alguna plántula (Figura 5.2). El criterio de germinación de semillas corresponde a cualquier desarrollo embrionario donde se rompe la cubierta de la semilla y existe crecimiento radicular.



Figura 5.2 Prueba de germinación para semilla de frijol

5.2 Desarrollo de una herramienta de análisis de imágenes fotográficas para la medición de volumen unitario de grano

La adquisición de las imágenes fue realizada mediante una cámara digital, marca Nikon, modelo D7100, con apertura focal de f/8, exposición 5EV, resolución de 6000 · 4000 pixeles, montada sobre un dispositivo tipo “riel” en el cual se mantiene una distancia constante desde el observador al objeto. Todo el equipo fotográfico se encuentra confinado en una recámara en la cual no hay incidencia de luz del exterior, únicamente se tienen luces blancas perpendiculares a la línea de visión. La acción de la cámara estuvo controlada desde una computadora Intel Core i5, procesador de 3,00 GHz y memoria RAM de 5,00 GB usando el programa Camera Control Pro. Cada grano fue puesto sobre una placa cubierta por papel azul, contrastante del frijol, la cual contenía un espejo a 45 grados de inclinación para obtener una imagen superior y perpendicular que permitían adquirir los 3 diámetros del elipsoide (Figura 5.3 y Figura 5.4).

Cada una de las imágenes tomadas fue procesada por un conjunto de macros elaborados en el software ImageJ 1.50b (Open Source Software, OSS). Las fotografías eran contrastadas y luego transformadas a una escala en blanco y negro donde se analizaron los granos (Figura 5.5). Fue utilizada la escala $L*a*b$ como parámetro de referencia, automatizando el proceso con los macros que se encuentran en el anexo B. Cada grano fue estudiado de forma separada como una partícula que puede aproximarse a una elipse de forma computarizada sin necesidad de un operador.

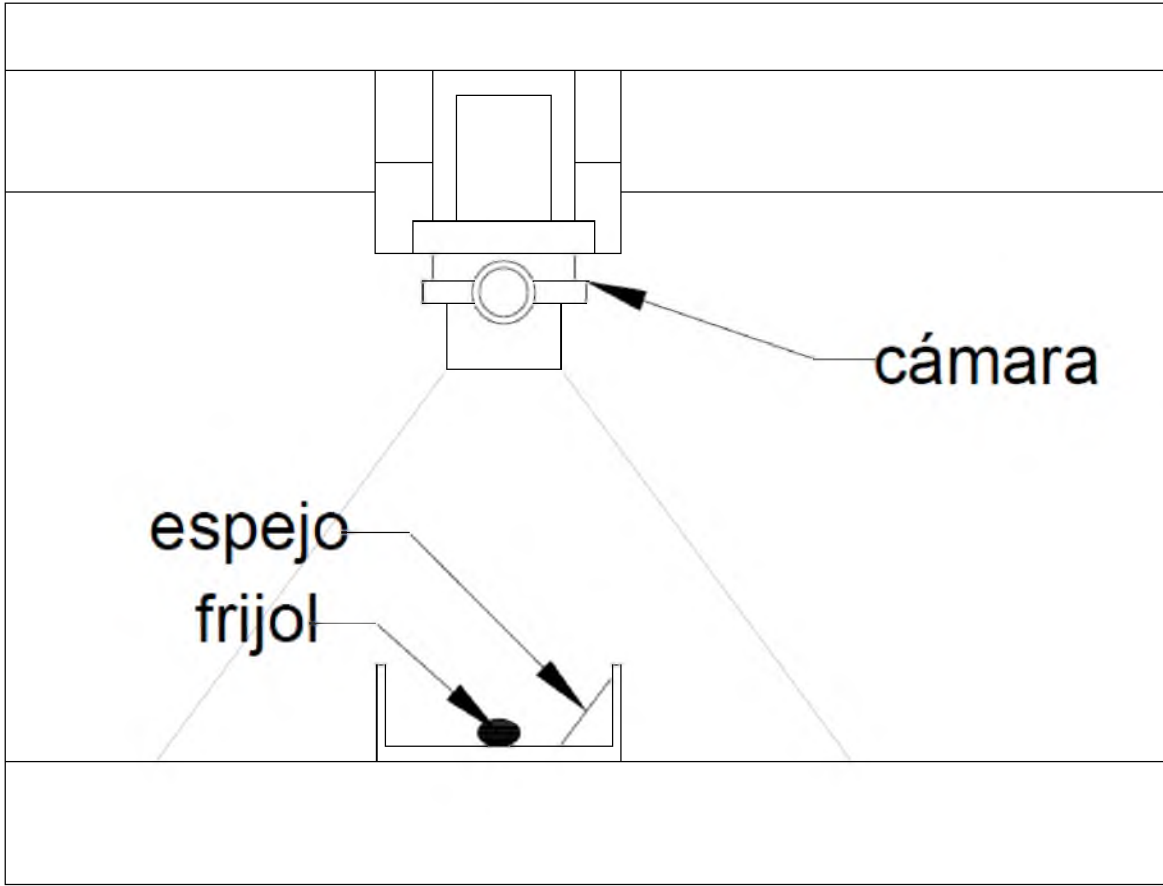


Figura 5.3 Diagrama esquemático del equipo para análisis de imágenes



Figura 5.4. Equipo para análisis de imágenes.

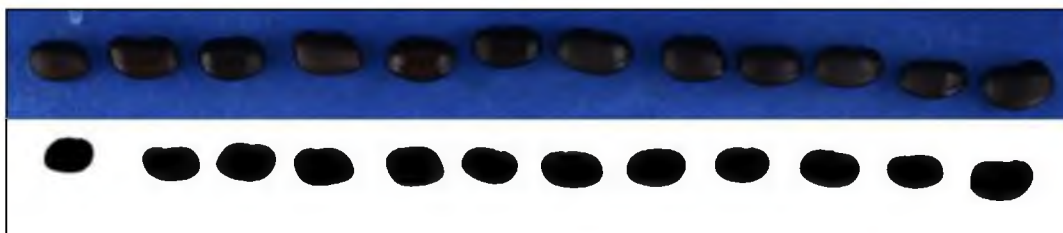


Figura 5.5 Imagen de frijol fotografiada (arriba), y muestra contrastada (abajo)

El equipo de fotografía fue calibrado con respecto a la habilidad de analizar partículas, para esto se generó una imagen en AutoCAD 2013 (Figura 5.6) impresa en escala 1:1 de 9 elipses y una esfera con distintos valores de diámetros mayores, menores y ángulo de inclinación de los centroides. Los valores impresos en papel fueron comparados con los obtenidos por el programa ImageJ. A cada partícula se le determinó la elipse virtual de mejor ajuste, una característica intrínseca del software que genera los diámetros mayor y menor experimentales, para obtener la correlación entre la elipse virtual y la real usando un ajuste lineal.

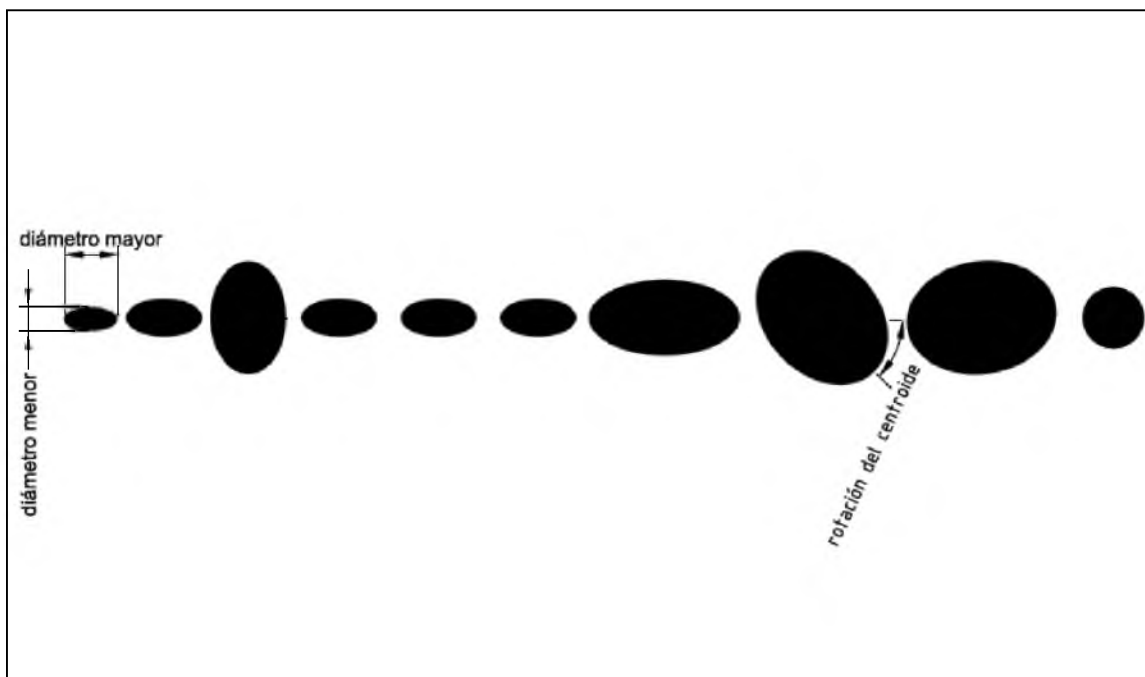


Figura 5.6. Imágenes utilizadas para calibración del método de PDI

Las distancias fueron calibradas con el uso de un escalímetro, para lo cual se estableció una evaluación sobre el número de píxeles contenidos en 1 mm para 10 repeticiones. Esto se realizó con el objetivo de verificar la variación entre las imágenes reales y virtuales por el espejo, para lo cual se hizo un análisis de varianza empleando una prueba Tukey con un grado de significancia del 95%.

Se aplicaron pruebas comparativas entre 3 métodos de medición del volumen unitario en frijol, se utilizó un vernier digital de 2 decimales, el picnómetro previamente descrito y procesamiento digital de imágenes (PDI). Se correlacionaron las dimensiones de los ejes a, b y c del elipsoide obtenido por el vernier y PDI con regresiones lineales.

Se compararon los valores del volumen promedio obtenido con el vernier, el sistema de procesamiento digital de imágenes y el picnómetro para una muestra de 100 granos con un análisis de varianza con una prueba Tukey con un grado de significancia del 95%. Se calculó el error promedio producido por aproximación del volumen del frijol a un elipsoide usando el picnómetro como parámetro de referencia, debido a que el picnómetro proporciona una medida directa y exacta del volumen.

5.3 Análisis de cinética de cambio de volumen y masa

Una vez calibrado el equipo de procesamiento digital de imágenes, se utilizó para calcular los volúmenes iniciales y finales del grano durante la expansión. Se midió la masa unitaria inicial y final con una balanza analítica de 0,1 mg. Se determinó el área superficial unitaria inicial y final con la ecuación aproximada (3.2). Luego se calcularon las razones de volumen (V), masa (W) y área (A) como el cociente entre los valores finales e iniciales.

Para la cinética de cambio de masa y volumen se hicieron mediciones individuales de grano con 10 repeticiones en intervalos de 30 minutos, sobre los cuales cada grano fue medido y pesado antes y después de cada intervalo creciente en tiempo, y luego eliminado;

por lo que las pruebas mantienen un carácter no continuo y aleatorio. También fueron tomadas mediciones intermedias con el fin de mejorar la cantidad de datos disponibles para la regresión, aunque esto sólo se hizo en puntos específicos donde era notorio que existía un punto de inflexión en la cinética de cambio de masa. Se realizaron experimentos para 6 temperaturas de agua: 20, 30, 40, 50, 60 y 70 °C.

Cada muestra estuvo contenida en platos Petri de plástico de 8 cm de diámetro y 1,5 cm de profundidad los cuales contenían agua destilada, y divisiones de modo que fuese posible el análisis individual (Figura 5.7). La temperatura del medio fue controlada con cámaras de germinación y hornos de convección, los cuales eran verificados con termómetros y termopares para asegurar que la temperatura del aire no oscilara ± 1 °C del valor deseado (Figura 5.8). El agua utilizada se mantenía en equilibrio térmico antes de cada experimento. Los platos Petri se mantuvieron saturados compensando pérdidas de agua en la hidratación.

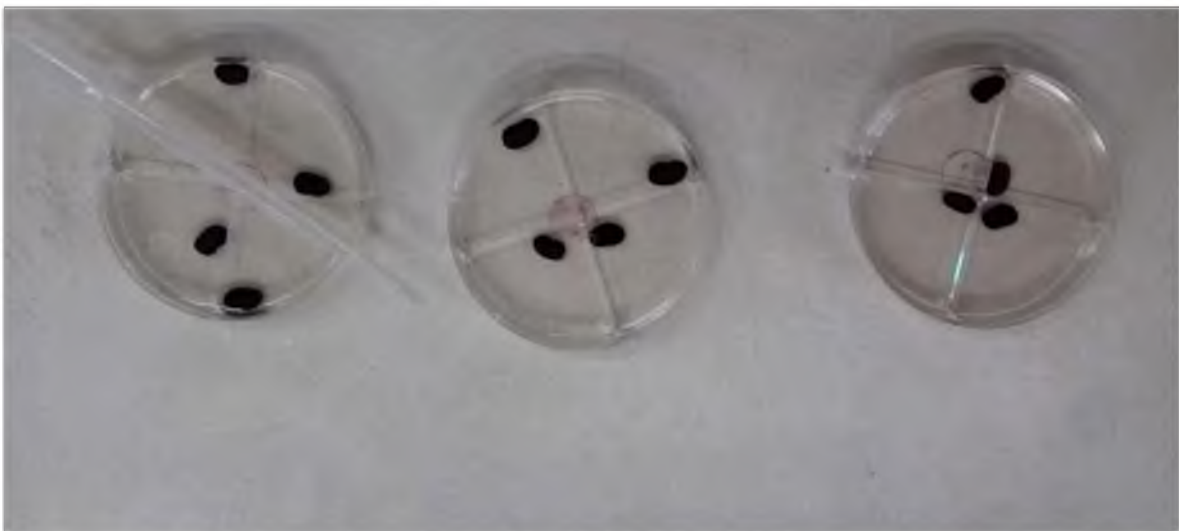


Figura 5.7 Platos Petri utilizados.

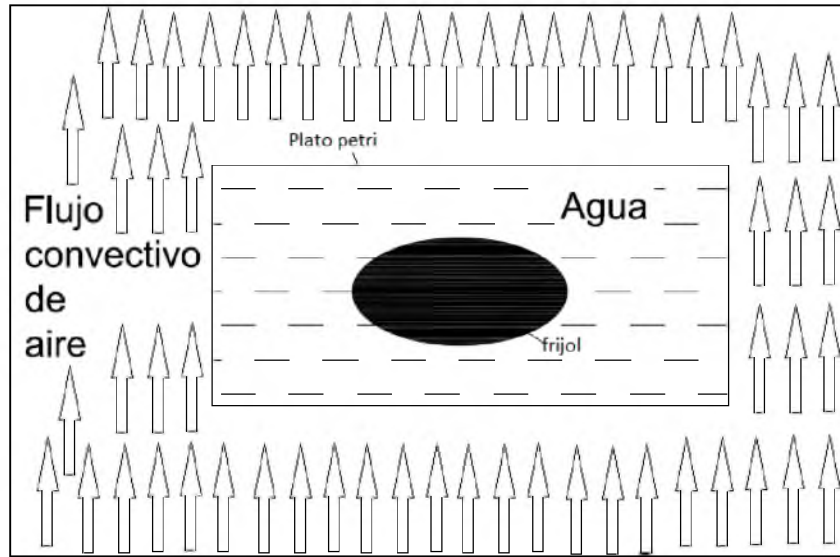


Figura 5.8. Diagrama esquemático del sistema estudiado.

Se determinó la pérdida de sólidos solubles del grano verificando los grados Brix del agua durante la expansión, con un refractómetro digital ATAGO PR-101α (Brix 0-45%, ± 0,05). Se obtuvieron mediciones iguales a 0 debido a la precisión del instrumento. Debido a que los resultados son menores a 2 grados Brix, se hace un balance de masa para calcular el contenido de humedad final, usando el contenido de humedad inicial como una constante (Oliveira et al., 2013; Paredes et al., 2012; Zanella-Díaz et al., 2014), donde W es la masa (kg), M la humedad en decimales (b.h.) y el subíndice 0 corresponde a la condición inicial del tiempo t :

$$M(t) = M_0 + \frac{W_t - W_0}{W_t} \quad (5.2)$$

Se compararon los resultados para 3 modelos, el modelo de Peleg (3.3), sigmoide (3.4) y el uso de ecuaciones analíticas de masa, escogiendo la geometría más idónea (3.7). Se determinaron los coeficientes por regresión no lineal para los modelos empíricos.

5.4 Análisis del efecto de la temperatura sobre la cinética de cambio de volumen y masa

Se escogieron los modelos que mejor pudiesen predecir la expansión volumétrica y cambio de humedad, y sobre los coeficientes determinados analítica o estadísticamente, su variación fue evaluada como función de la temperatura del medio. El uso de la ecuación de Arrhenius (3.6), permitió encontrar una correlación con la temperatura que pudiese mejorar los modelos más idóneos para generar una ecuación general.

6 Resultados y Discusión

6.1 Determinación de las propiedades físicas del frijol

El Cuadro 6.1 resume las características del tipo de frijol utilizado. Según la distinción propuesta por la FAO, el frijol en semilla de uso comercial debe tener por lo menos un 85% de porcentaje de germinación y una humedad menor o igual a un 13% (Araya, Martínez, & López, 2013). El producto utilizado no cumple estas especificaciones para germinación (80%).

En Costa Rica, el reglamento técnico RTCR 384:2005 del Decreto N° 32149-MEIC-MAG-S publicado en La Gaceta del 5 de enero del 2005, muestra los factores que se tienen en cuenta para la asignación de los grados de calidad del frijol en grano. En este caso, el frijol tiene un tiempo de cocción para el cual se consideraría de primera clase (60-90 min). Adicionalmente, el reglamento estipula una humedad menor al 16%, lo cual se cumple.

Tanto en grano como semilla hay factores relacionados con porcentajes de daño físico, impurezas y contaminantes; los cuales no se presentaron al haber sido eliminados en su totalidad en este estudio.

Cuadro 6.1 Propiedades del frijol Matambú

Parámetro	Valor
Densidad Aparente (kg/m³)	790,26 ± 5,69
Densidad Real (kg/m³)	1337,15 ± 282,04
Porosidad (%)	40,90 ± 9,94
Humedad (%)	12,35 ± 0,78
Porcentaje de Germinación (%)	80
Tiempo de Cocción (min)	75

6.2 Validación del método de medición unitaria del volumen del frijol aproximado a un elipsoide de diámetros a, b y c

En la Figura 6.1 se compararon los valores teóricos y experimentales de ángulos de inclinación, diámetros menores y mayores de las elipses de una imagen estandarizada real.

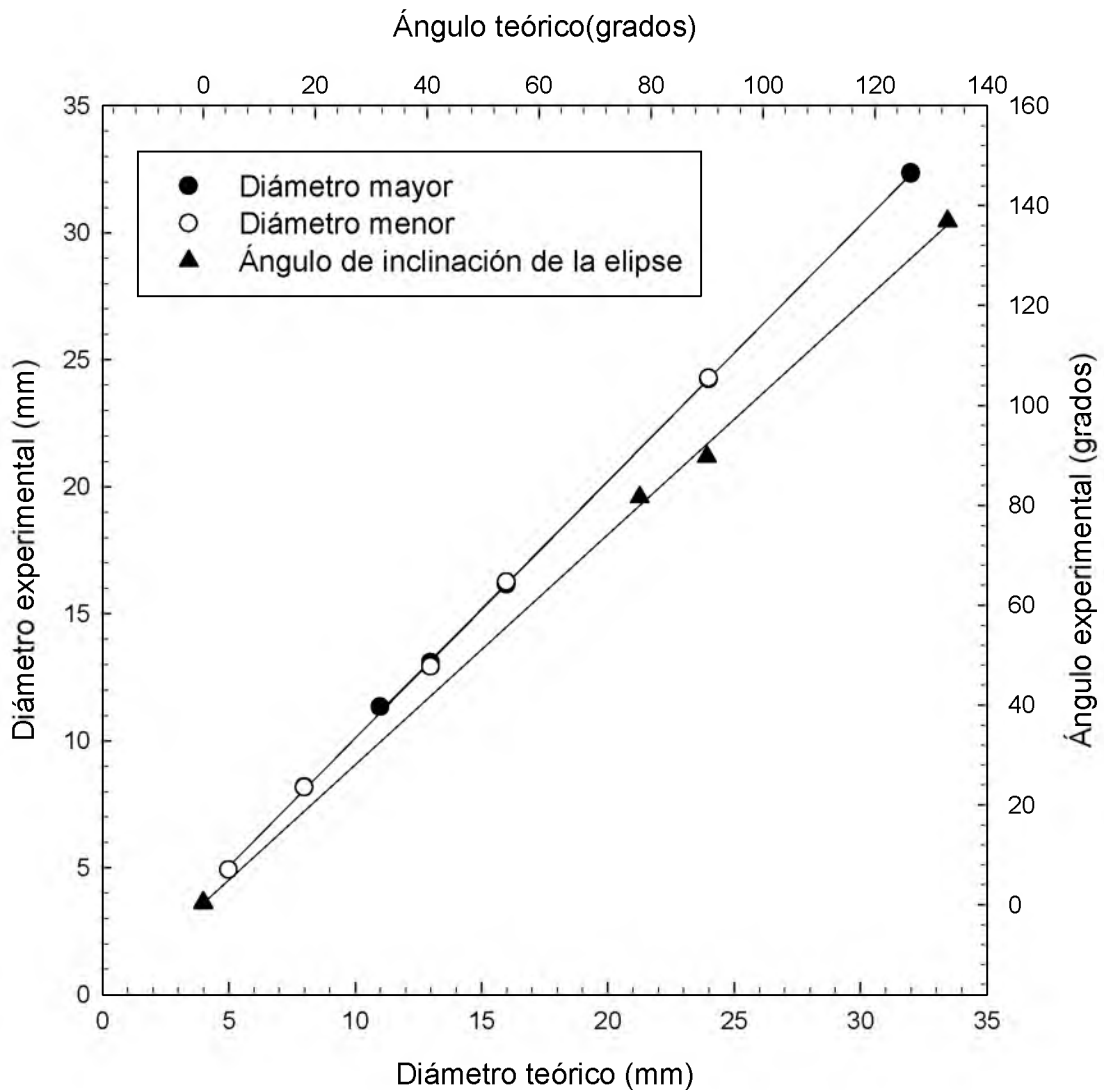


Figura 6.1 Comparación de los diámetros menor y mayor de las elipses

Se obtuvieron coeficientes de determinación (r^2) cercanos a 1, mostrados en el cuadro 6.2, en donde el coeficiente de Pearson evidenció una alta correlación de forma significativa ($p < 0,01$):

Cuadro 6.2 Constantes de regresión lineal

Variable	Ecuación f(x)	r²	r
Diámetro mayor	0,069+ 1,008x	0,999	0,999
Diámetro menor	-0,006+ 1,011x	0,999	0,999
Angulo	4,467+ 0,982x	0,999	0,999

Las constantes de regresión lineal anteriores son indicadores de la precisión aceptable producida por la resolución de la cámara, y del Software ImageJ, al estudiar imágenes y aproximarlas a elipses usando el análisis de partículas.

Una verificación realizada con un escalímetro mostró que las distancias en pixeles a través del espejo a 45° de inclinación son iguales a las tomadas de manera directa, por lo que la imagen virtual del espejo es igual a la real. El resultado de la medición de 10 distancias equivalentes a 1 milímetro, demostrado en el Cuadro 6.3, expuso que no hay diferencias significativas ($p < 0,05$) entre la imagen superior y la del espejo:

Cuadro 6.3 Comparación entre distancias en pixeles para 1 mm

Parámetro	Vista Superior	Vista Vertical
Valor (pixeles)	16,977 ± 0,047	16,971 ± 0,053

Se refleja la correlación entre los diámetros medidos por el vernier y PDI para el ajuste de un elipsoide de forma significativa ($p < 0,05$), usando los coeficientes de Pearson para una muestra de 100 granos, lo cual se muestra en la Figura 6.2:

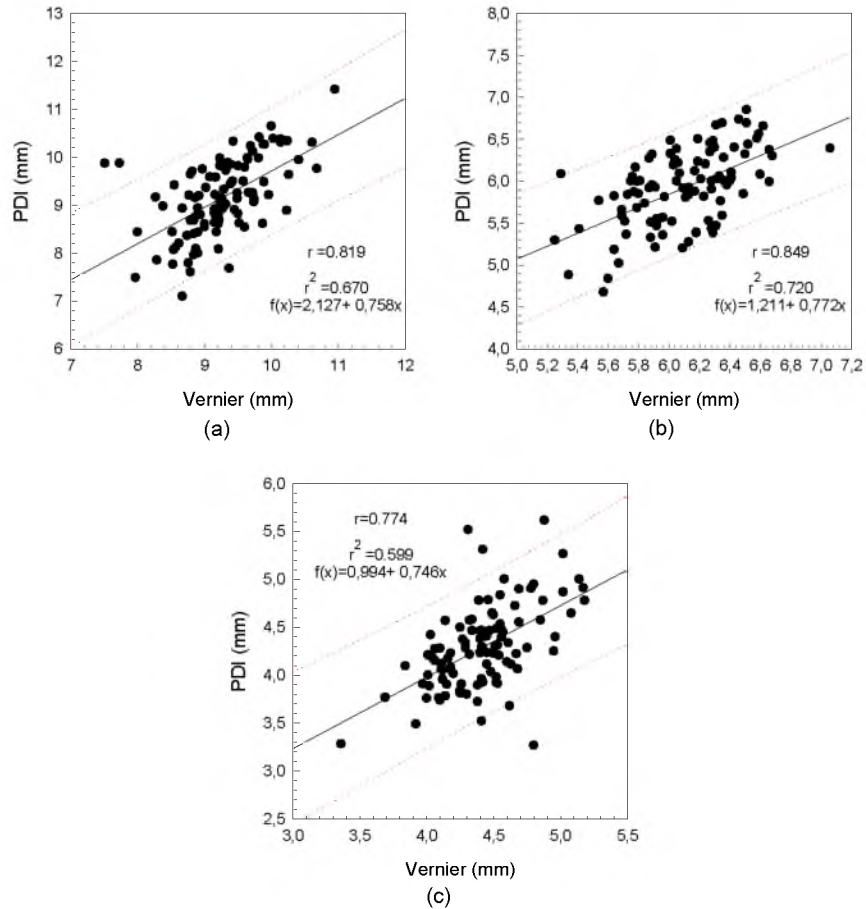


Figura 6.2 Mediciones de los diámetros a, b y c del vernier versus PDI

El análisis de varianza de bloques aleatorios comparó los métodos de medición de los diámetros a, b y c que conforman un elipsoide, lo cual se muestra en Cuadro 6.4. En conclusión, las mediciones con vernier y PDI son semejantes de manera significativa ($p > 0,05$).

Cuadro 6.4 Análisis de distintos métodos de medición de dimensiones en frijol

Variable	Vernier	PDI
a (mm)	9,251 ^{A*} ± 0,616	9,147 ^A ± 0,809
b (mm)	6,093 ^A ± 0,339	5,916 ^A ± 0,456
c (mm)	4,415 ^A ± 0,325	4,291 ^A ± 0,441

* Medias con una letra común no son significativamente diferentes para distintos métodos de medición ($p > 0,05$)

Los valores presentados en el Cuadro 6.4 son similares a los mostrados por Oreamuno (2016) en frijol Matambú en una muestra de 100 granos, en el cual se establecieron un largo (10,3 mm), ancho (6,3 mm) y grosor (4,6 mm) promedio usando vernier.

Luego se determinó el error relativo ocasionado por realizar mediciones con el vernier y el método por procesamiento digital de imágenes (PDI), usando las mediciones directas de volumen con el picnómetro como parámetro de medida para calcular el porcentaje de error, evidenciado en el Cuadro 6.5.

Cuadro 6.5 Análisis de distintos métodos de medición de volumen en frijol

Método de medición	Volumen (mL)	Error del volumen (decimal)
Vernier	0,131 ^{A*} ± 0,019	15,9 ^A ± 12,9
PDI	0,123 ^A ± 0,025	15,8 ^A ± 10,9
Picnómetro	0,140 ^A ± 0,032	referencia

* Medias con una letra común no son significativamente diferentes para distintos métodos de medición ($p > 0,05$)

Se encontró que existe una correlación significativa ($p < 0,05$) entre el volumen calculado por PDI y el picnómetro para una muestra de 100 granos, como lo refleja la Figura 6.3:

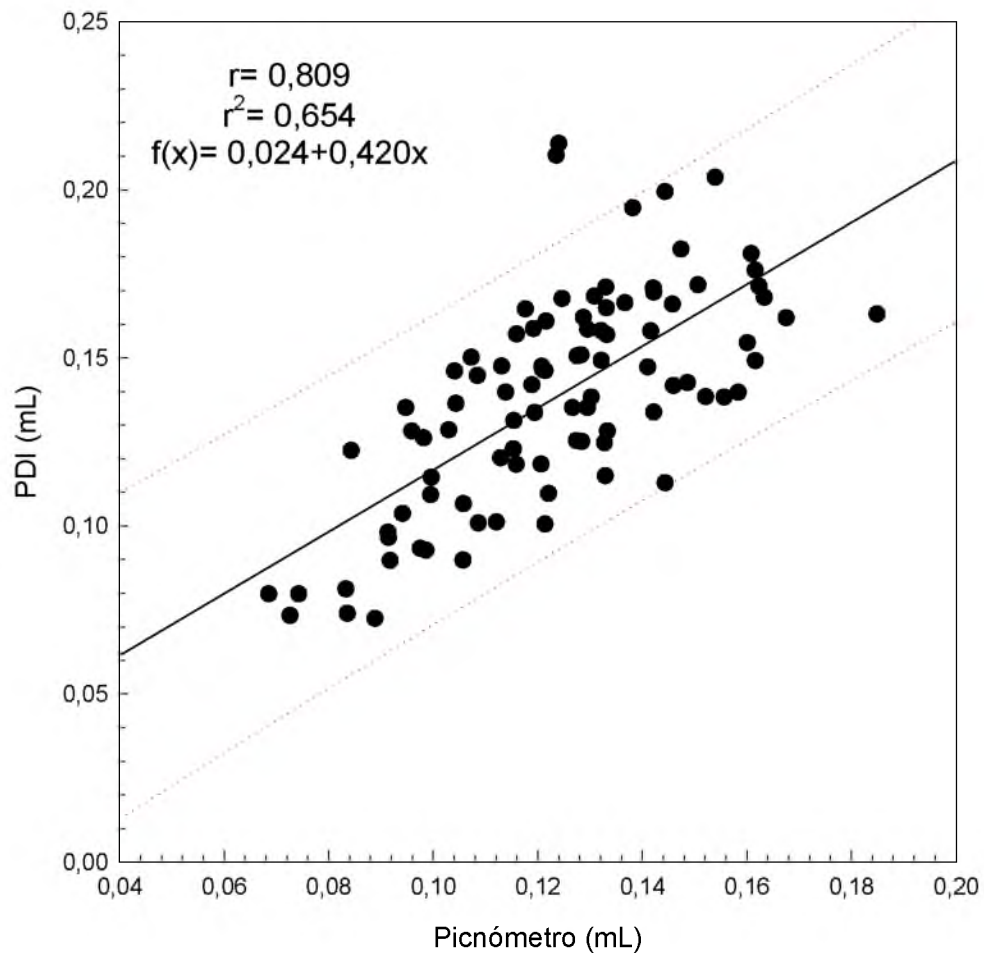


Figura 6.3 Mediciones de los volúmenes del picnómetro versus PDI

Es posible concluir que, aunque no hay diferencias estadísticamente significativas entre los métodos de medición estudiados, la aproximación de un frijol a un elipsoide genera un error aproximado a un 16% (Cuadro 6.5). El promedio del volumen del picnómetro es mayor que los métodos de medición indirecta, lo cual puede deberse a que la forma achatada del elipsoide no considera el tamaño generado por la curvatura del grano. El tamaño reducido del volumen estimado del elipsoide con respecto al real se dio de forma

semejante para la cebada (Walker & Panozzo, 2012). Ante estas consideraciones, se establece que el error existente se da de manera matemática y no por la instrumentación.

Considerando que el error promedio de las mediciones indirectas del volumen no es despreciable, se buscaron figuras alternativas, evaluadas tomando en cuenta la ventaja ofrecida por el análisis de imágenes, el producto del área superior y el grosor lateral. Sin embargo, los resultados no fueron aceptables al producir un error promedio superior al 50%.

El método de PDI se define como análogo al vernier (Figura 6.2), sin embargo, ofrece la ventaja brindada por la automatización del proceso en 10 granos, en donde los tiempos de trabajo por análisis de imágenes eran de 1 minuto, en el vernier 10 minutos, y en el picnómetro 45 minutos.

6.3 Análisis de cinética de volumen y masa

6.3.1 Propiedades del frijol previos y posteriores a la imbibición

Es apreciable de forma cualitativa en pruebas preliminares el error causado por la pérdida de agua una vez que el grano es removido de los platos Petri con líquido, particularmente para altos cambios de temperatura. Por el motivo anterior, el método de PDI fue definido como objeto de estudio, suponiendo que el uso del valor adimensional de razón de volumen elimina este error de forma indirecta.

Lo anterior se describe de manera que, asumiendo que el error es una constante de 16%, el factor de corrección se aplica de forma proporcional a $1,16 \cdot \text{volumen del elipsoide}$, debido a que se muestra menor que el volumen de referencia (Cuadro 6.5). Como la razón de volumen es el cociente en los valores iniciales y finales de volumen, eventualmente se simplificaría.

Las dimensiones del grano se presentan en el Cuadro 6.6, considerando los muestreos de granos que fueron analizados previos a su hidratación. Estos valores son

fundamentales para algunas de las regresiones, donde el volumen y área superficial son funciones de los promedios experimentales de a, b y c.

Cuadro 6.6 Geometría inicial del frijol

Parámetro	Valor	Volumen (mm ³)	Área Superficial (mm ²)
a (mm)	9,059 ± 0,879		
b (mm)	5,840 ± 0,557	119,366 ± 0,109	125,763 ± 4,72
c (mm)	4,309 ± 0,427		

Se determinaron los valores máximos de humedad, razón de cambio de volumen y masa, basándose en muestras de 10 granos que fueron expuestas periodos de tiempos extendidos y que cubrían hasta 24 horas. Se encontró que no existen diferencias significativas ($p > 0,05$) entre los puntos máximos descritos, lo cual indica que no existe una correlación entre el punto de equilibrio del sistema y la temperatura. Se puede considerar que el punto de equilibrio en frijol posee las propiedades del promedio calculado en el Cuadro 6.7:

Cuadro 6.7 Valores de equilibrio del frijol en hidratación

T(°C)	V/Vo	W/Wo	Contenido de humedad (% b.h.)
20	2,339 ± 0,247	2,068 ± 0,078	62,601 ± 1,704
30	2,539 ± 0,447	2,075 ± 0,372	64,094 ± 8,871
40	2,558 ± 0,295	2,013 ± 0,129	62,479 ± 3,604
50	2,346 ± 0,387	2,067 ± 0,049	63,946 ± 1,108
60	2,443 ± 0,151	1,982 ± 0,086	61,814 ± 2,188
70	2,337 ± 0,44	1,952 ± 0,106	60,991 ± 2,926
Promedio	2,427	2,026	62,654

El grano de frijol variedad Matambú, alcanza un punto de humedad y volumen de equilibrio independiente de la temperatura, factor correlacionado con una pérdida despreciable de sólidos solubles. La conclusión previa es distinta del efecto que ocurre para frijol Adzuki, donde la humedad máxima es una función directamente proporcional a la temperatura (Oliveira et al., 2013). El efecto descrito por Oliveira (2013) también se ha observado para varias especies de frijol negro (Oreamuno, 2016).

6.3.2 Modelos para razón de expansión volumétrica

El modelo de Peleg para razón de volumen no mostró resultados aceptables debido a la imposibilidad de formar un punto de equilibrio. El Cuadro 6.8 muestra los coeficientes para el tiempo en minutos.

Cuadro 6.8 Coeficientes de regresión del modelo de Peleg para razón de volumen

Temperatura (°C)	Parámetro	Coefficiente	Error estándar	t	P	R ²	Residuales
20	K ₁	92,947	20,192	4,603	<0,0001	0,900	0,380
	K ₂	0,514	0,042	12,235	<0,0001		
30	K ₁	131,173	26,868	4,882	<0,0001	0,972	0,087
	K ₂	0,470	0,038	12,390	<0,0001		
40	K ₁	36,374	11,481	3,168	0,003	0,977	0,053
	K ₂	0,570	0,051	11,171	<0,0001		
50	K ₁	46,716	14,713	3,175	0,003	0,984	0,028
	K ₂	0,429	0,080	5,378	<0,0001		
60	K ₁	25,208	7,378	3,417	0,001	0,969	0,073
	K ₂	0,504	0,047	10,694	<0,0001		
70	K ₁	29,549	9,180	3,219	0,002	0,969	0,068
	K ₂	0,450	0,066	6,879	<0,0001		
Coefficiente Globales							
R		R ²	Ajuste R ²		Error estándar		
0,998		0,995	0,992		0,081		

El modelo posee los coeficientes de determinación (R²) más altos, pero como lo muestra la Figura 6.4 las ecuaciones son crecientes al infinito, excediendo los valores de equilibrio del Cuadro 6.7.

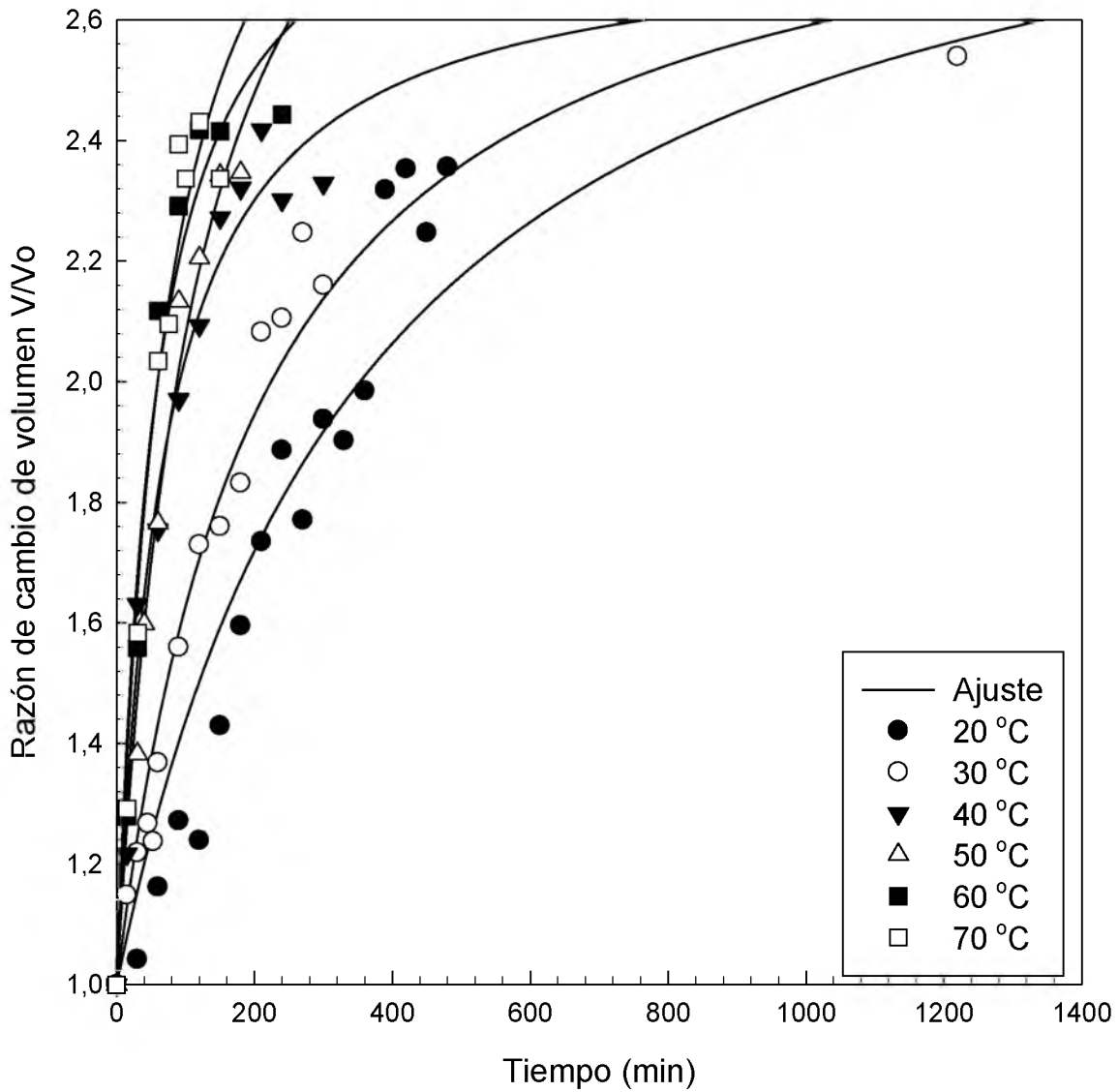


Figura 6.4 Modelo de Peleg para razón de volumen

Con la ecuación sigmoide se obtuvieron valores convergentes que permiten conocer los puntos de equilibrio del proceso de hidratación. El modelo fue generado para una regresión global, en donde el valor de equilibrio se definió como una constante de regresión general calculada previamente. Para la cinética expansión volumétrica estudiada, la ecuación 3.5 se puede escribir de la siguiente forma, para el tiempo (t) en minutos:

$$V(t) = \frac{2,432}{1 + \exp[-k \cdot (t - \tau)]} \quad (6.1)$$

En donde los coeficientes de regresión se muestran en el cuadro 6.9:

Cuadro 6.9 Coeficientes de regresión del modelo sigmoide para razón de volumen

Temperatura (°C)	Parámetro	Coeficiente	Error estándar	t	P	R ²	Residuales
20	Meq	2,432	0,024	99,906	<0,0001	0,959	0,156
	τ (min)	80,000	8,047	9,942	<0,0001		
	k (min ⁻¹)	0,007	0,001	16,406	<0,0001		
30	Meq	2,432	0,024	99,906	<0,0001	0,984	0,051
	τ (min)	34,226	5,763	5,940	<0,0001		
	k (min ⁻¹)	0,009	0,001	14,050	<0,0001		
40	Meq	2,432	0,024	99,906	<0,0001	0,968	0,074
	τ (min)	10,235	4,023	2,544	0,014		
	k (min ⁻¹)	0,019	0,002	10,355	<0,0001		
50	Meq	2,432	0,024	99,906	<0,0001	0,994	0,011
	τ (min)	15,641	3,453	4,529	<0,0001		
	k (min ⁻¹)	0,024	0,002	10,144	<0,0001		
60	Meq	2,432	0,024	99,906	<0,0001	0,997	0,007
	τ (min)	11,547	2,226	5,188	<0,0001		
	k (min ⁻¹)	0,036	0,004	9,190	<0,0001		
70	Meq	2,432	0,024	99,906	<0,0001	0,986	0,031
	τ (min)	11,259	2,348	4,795	<0,0001		
	k (min ⁻¹)	0,034	0,003	10,638	<0,0001		
Coeficientes Globales							
R		R ²		Ajuste R ²		Error estándar	
0,990		0,980		0,975		0,077	

El valor de equilibrio de 2,432 de la ecuación 6.1 produce un error menor al 1% con respecto al promedio de 2,427 del Cuadro 6.7. Esto muestra que este modelo representa adecuadamente el proceso, sin embargo, debido a la velocidad del proceso, los tiempos de retraso no son físicamente válidos, pero generan un desfase de la función numérica, por lo que el punto inicial no se mantiene constante. En el punto inicial la razón volumétrica tiene un valor de 1, pero se dan isothermas con valores distintos. Esto se puede apreciar en la Figura 6.5:

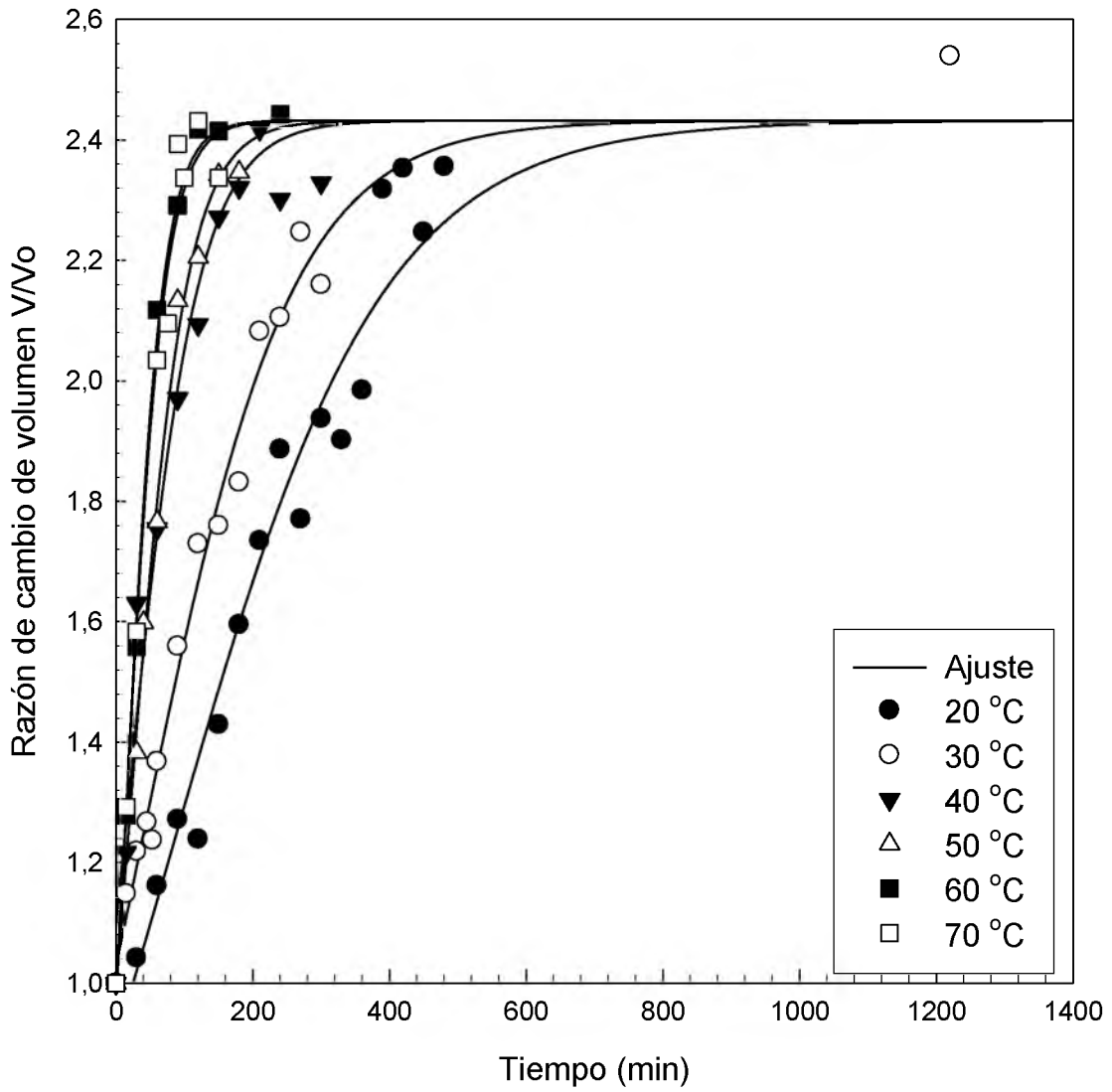


Figura 6.5. Modelo sigmoide para razón de volumen

6.3.3 Modelos para cambio de masa

El modelo Peleg, para el cual existen las mismas imitaciones que en la razón de volumen, dado su límite en el infinito, refleja los siguientes coeficientes de regresión que se muestran en el Cuadro 6.10:

Cuadro 6.10 Coeficientes de regresión del modelo de Peleg para humedad

Temperatura (°C)	Parámetro	Coefficiente	Error estándar	t	P	R ²	Residuales
20	K ₁	5,166	1,364	3,788	0,000	0,872	691,670
	K ₂	0,013	0,002	7,667	<0,0001		
30	K ₁	2,743	0,771	3,556	0,001	0,938	312,831
	K ₂	0,015	0,002	9,258	<0,0001		
40	K ₁	0,877	0,343	2,560	0,013	0,981	57,051
	K ₂	0,018	0,002	9,710	<0,0001		
50	K ₁	0,948	0,397	2,389	0,021	0,967	67,597
	K ₂	0,015	0,003	5,694	<0,0001		
60	K ₁	1,162	0,453	2,569	0,013	0,907	313,887
	K ₂	0,013	0,002	5,648	<0,0001		
70	K ₁	1,127	0,482	2,338	0,023	0,958	125,781
	K ₂	0,011	0,003	3,427	0,001		
Coefficiente Globales							
R		R ²	Ajuste R ²		Error estándar		
0,965		0,930	0,908		5,441		

La Figura 6.6 muestra los valores de las isotermas según el modelo de Peleg, en donde se puede apreciar de forma gráfica las limitaciones numéricas.

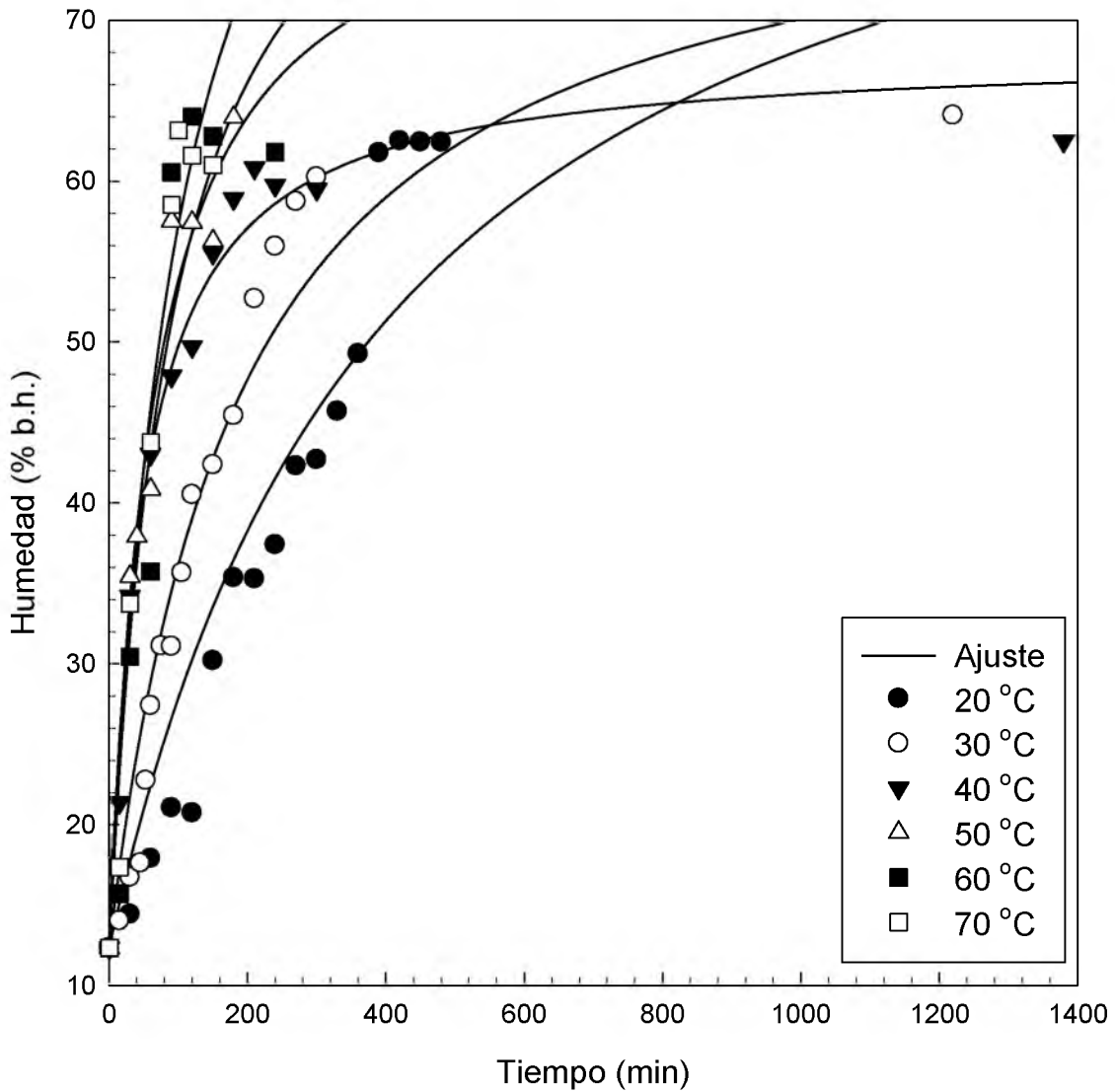


Figura 6.6 Modelo de Peleg para humedad

Se analizó el modelo sigmoide como función de la humedad, para lo cual se encontró el mismo comportamiento que en la razón de volumen. De esta forma se escribe la ecuación general:

$$M(t) = \frac{62,730}{1 + \exp[-k \cdot (t - \tau)]} \quad (6.2)$$

El valor de equilibrio de 62,730 (% b.h.) de la ecuación 6.2 produce un error menor al 1% con respecto al promedio de 62,654 % del Cuadro 6.7. Los coeficientes de regresión se muestran en el Cuadro 6.11 para el tiempo en minutos:

Cuadro 6.11 Coeficientes de regresión del modelo sigmoide para humedad

Temperatura (°C)	Parámetro	Coefficiente	Error estándar	t	P	R ²	Residuales
20	Meq (%)	62,730	0,976	64,297	<0,0001	0,960	216,560
	τ (min)	174,408	9,459	18,437	<0,0001		
	k (min ⁻¹)	0,009	0,001	9,568	<0,0001		
30	Meq (%)	62,730	0,976	64,297	<0,0001	0,986	67,164
	τ (min)	91,459	5,668	16,135	<0,0001		
	k (min ⁻¹)	0,015	0,001	10,690	<0,0001		
40	Meq (%)	62,730	0,976	64,297	<0,0001	0,955	136,256
	τ (min)	38,620	5,209	7,415	<0,0001		
	k (min ⁻¹)	0,022	0,003	7,579	<0,0001		
50	Meq (%)	62,730	0,976	64,297	<0,0001	0,948	104,381
	τ (min)	31,044	3,929	7,901	<0,0001		
	k (min ⁻¹)	0,033	0,005	6,476	<0,0001		
60	Meq (%)	62,730	0,976	64,297	<0,0001	0,961	131,533
	τ (min)	39,143	3,625	10,798	<0,0001		
	k (min ⁻¹)	0,039	0,005	7,360	<0,0001		
70	Meq (%)	62,730	0,976	64,297	<0,0001	0,981	359,394
	τ (min)	32,779	3,316	9,885	<0,0001		
	k (min ⁻¹)	0,043	0,006	7,206	<0,0001		
Coefficientes Globales							
R		R ²	Ajuste R ²		Error estándar		
0,984		0,968	0,962		3,508		

Las isotermas del modelo sigmoide para humedad se muestran con la misma deficiencia generada en expansión volumétrica por una no convergencia en los puntos iniciales, como se expresa en la Figura 6.7:

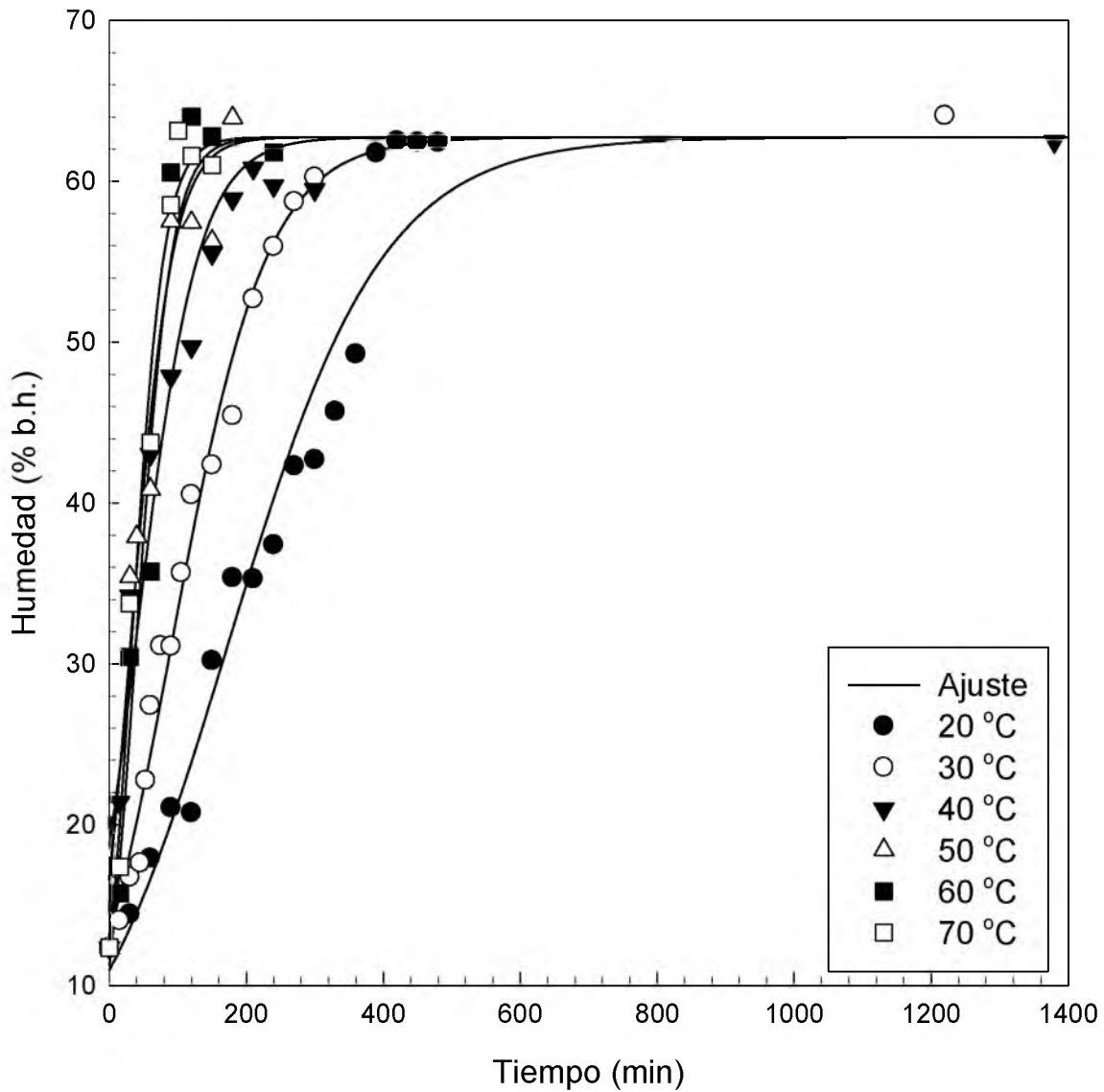


Figura 6.7 Modelo sigmoide para humedad

Los modelos analíticos, así como la ecuación (6.2), son dependientes en la concentración de agua, o en este caso, la humedad. Se determinaron correlaciones para la razón de cambio de volumen y área superficial de la elipse, con respecto a la humedad estudiada en el proceso, para lo cual se encontró que existe una regresión lineal expuesta en la Figura 6.8 y Figura 6.9:

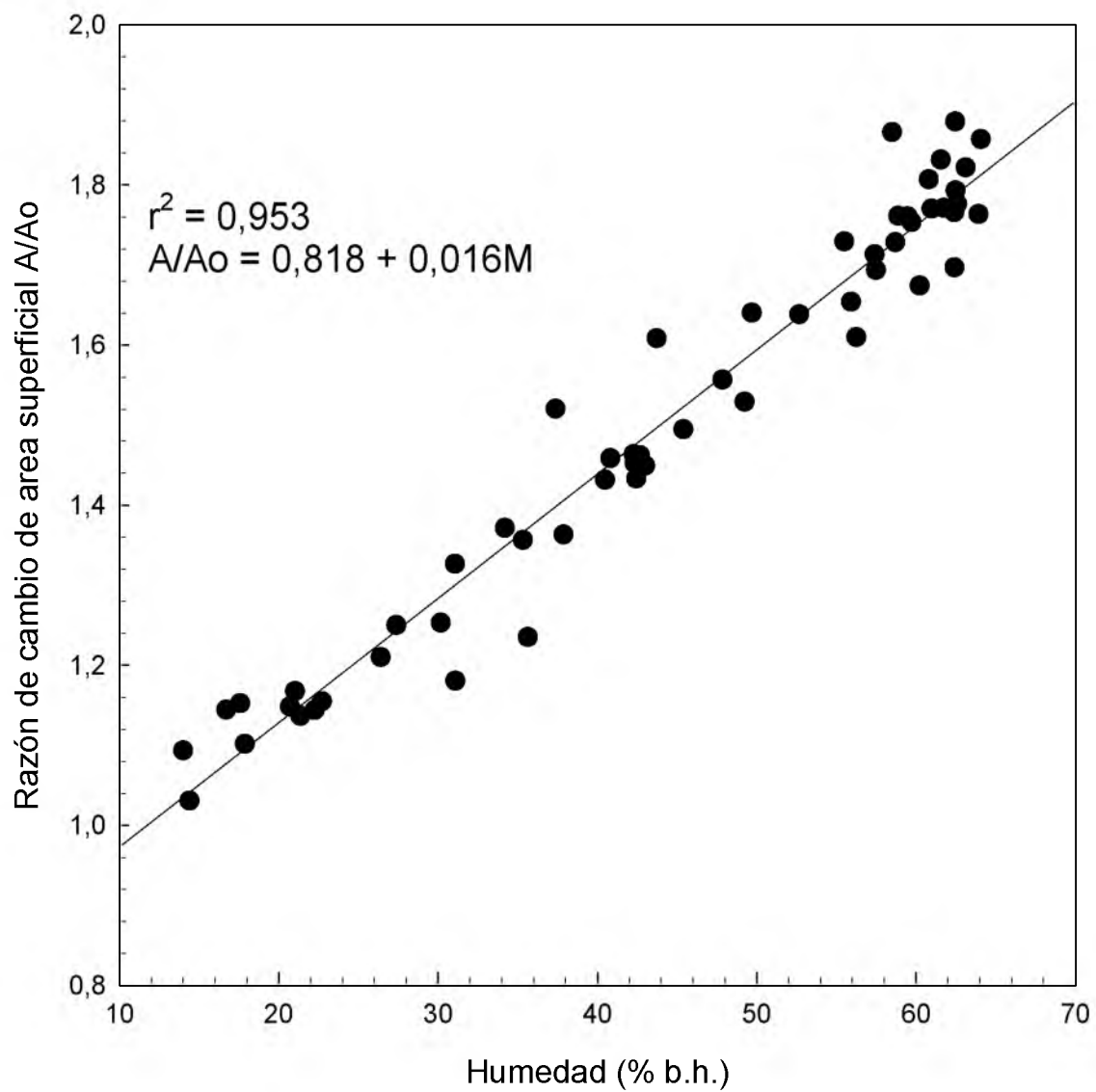


Figura 6.8. Función Lineal para correlacionar humedad con razón de área superficial

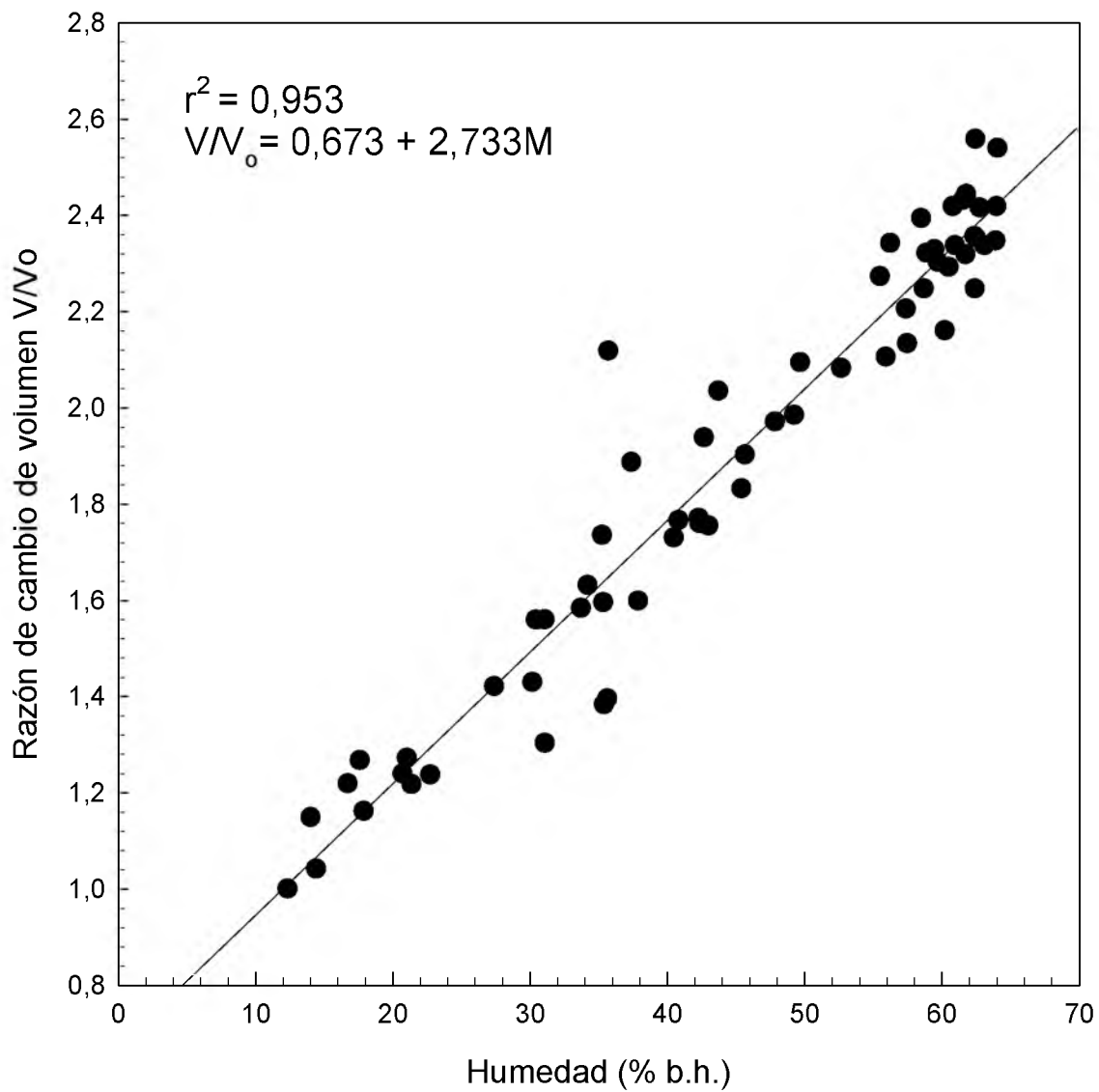


Figura 6.9 Función Lineal para correlacionar humedad con razón de volumen

En las siguientes ecuaciones el contenido de humedad (b.h.) está en decimales.

Razón de volumen:

$$\frac{V}{V_o} = 0,673 + 2,733 \cdot M \quad (6.3)$$

Razón de área superficial:

$$\frac{A}{A_0} = 0,818 + 0,016 \cdot M \quad (6.4)$$

A manera de conclusión, las variables de volumen y área superficial son independientes de la temperatura, y al ser funciones de la humedad, o bien masa, pueden ser producidas a partir de funciones derivadas de las leyes de Difusión de Fick (Çengel, 2003). Por tanto, se procedió a estudiar la razón de concentración de masas usando la humedad de equilibrio de 62,524 y humedad inicial de 12,351 (% b.h.).

La razón de concentración de masas se graficó de forma que se pudiese seguir el método descrito por Erdoğan (2008), de manera que fuese posible encontrar la forma lineal del logaritmo natural de la razón adimensional de concentración de masa. Los datos utilizados se muestran en la Figura 6.10:

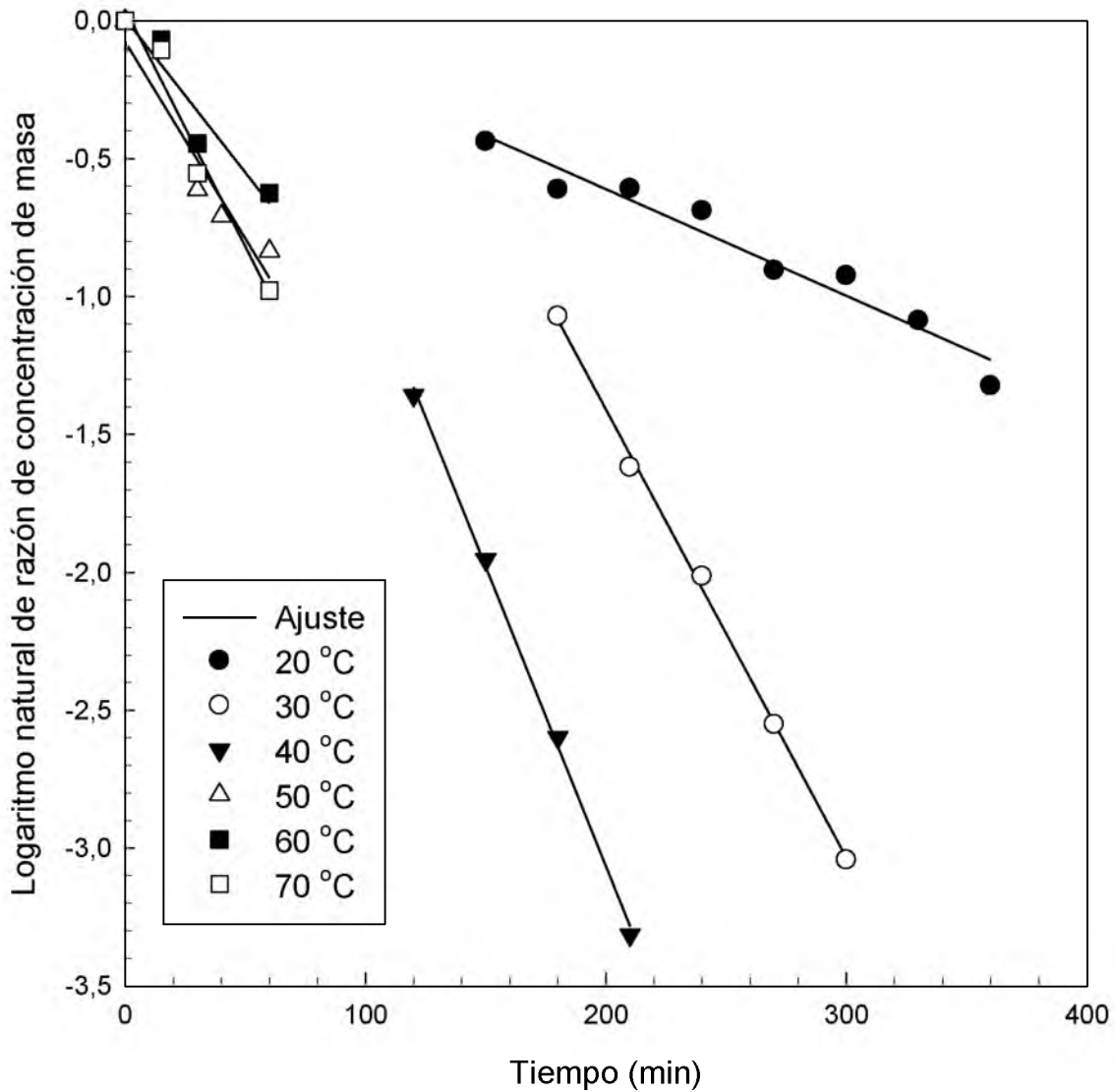


Figura 6.10 Logaritmo natural de razón de concentración de masa contra tiempo

Se escogió la ecuación del cilindro infinito dado que para los valores de los diámetros de los ejes ortogonales el elipsoide, se cumple que $a \gg b$ y $a \gg c$ (Cuadro 6.6). Sin embargo, al resolver las ecuaciones usando la pendiente (m) y la intersección (b) de las regresiones lineales, se encontraron inconsistencias numéricas para la ecuación (3.16), sobre las cuales se encontraron números de Biot negativos o cercanos a 0, y números de Fourier inferiores a 0,2 en temperaturas de 20 y 30 °C, en valores mayores respuestas no se pudieron

conseguir de modo iterativo. El Cuadro 6.12 muestra los coeficientes de regresión lineales obtenidos:

Cuadro 6.12 Coeficientes de regresión lineal para modelo de transferencia de masa

Temperatura (°C)	Parámetro	Coefficiente	Error estándar	t	P	R ²	Residuales
20	b	1,842	2,090E-01	1,469	0,160	0,950	0,030
	m (s ⁻¹)	-2,713E-04	1,432E-05	-9,229	<0,0001		
30	b	1,632E-01	1,118E-01	8,796	<0,0001	0,998	0,005
	m (s ⁻¹)	-6,445E-05	6,982E-06	-18,929	<0,0001		
40	b	1,283E+00	2,043E-01	6,247	<0,0001	0,998	0,004
	m (s ⁻¹)	-3,621E-04	2,024E-05	-17,884	<0,0001		
50	b	-7,573E-02	7,353E-02	-1,030	0,317	0,925	0,031
	m (s ⁻¹)	-2,383E-04	3,146E-05	-7,588	<0,0001		
60	b	0,008	0,063	0,128	0,900	0,912	0,024
	m (s ⁻¹)	-0,011	0,002	-6,083	<0,0001		
70	b	0,043	0,063	0,682	0,504	0,966	0,021
	m (s ⁻¹)	-0,017	0,002	-9,385	<0,0001		
Coeficientes Globales							
R		R ²		Ajuste R ²		Error estándar	
0,998		0,995		0,992		0,081	

En esta investigación se propuso una regresión exponencial con la forma $\frac{M - M_{\infty}}{M_i - M_{\infty}} =$

ae^{-bt} en donde:

$$a = \frac{4}{\lambda} \cdot \frac{J_1^2(\lambda)}{J_0^2(\lambda) + J_1^2(\lambda)} \quad (6.5)$$

$$b = -\lambda_n^2 \cdot Fo \quad (6.6)$$

Para lo cual se obtuvieron los coeficientes de regresión del Cuadro 6.13, que luego fueron utilizados para despejar los coeficientes que conforman las raíces que aparecen en las ecuaciones (6.5) y (6.6):

Cuadro 6.13 Coeficientes de regresión exponencial para modelo de transferencia de masa

Temperatura (°C)	Parámetro	Coefficiente	Error estándar	t	P	R ²	Residuales
20	<i>a</i>	1,100	0,054	20,217	<0,0001	0,908	0,197
	<i>b</i> (s ⁻¹)	0,007	0,001	10,211	<0,0001		
30	<i>a</i>	1,133	0,057	19,743	<0,0001	0,974	0,049
	<i>b</i> (s ⁻¹)	0,004	0,001	11,720	<0,0001		
40	<i>a</i>	0,972	0,068	14,290	<0,0001	0,985	0,018
	<i>b</i> (s ⁻¹)	0,014	0,002	7,206	<0,0001		
50	<i>a</i>	0,999	0,082	12,243	<0,0001	0,966	0,028
	<i>b</i> (s ⁻¹)	0,018	0,003	6,993	<0,0001		
60	<i>a</i>	1,099	0,074	14,837	<0,0001	0,923	0,104
	<i>b</i> (s ⁻¹)	0,019	0,003	7,074	<0,0001		
70	<i>a</i>	1,086	0,076	14,347	<0,0001	0,954	0,054
	<i>b</i> (s ⁻¹)	0,022	0,003	7,238	<0,0001		
Coefficientes Globales							
	R	R ²	Ajuste R ²	Error estándar			
	0,975	0,950	0,940	0,087			

Con los mismos resultados en los números de Biot y Fourier que en la regresión previa; según Erdoğan (2008), este efecto se da por el reducido valor de difusión efectiva, relacionado con una no linealización de datos en la transferencia de masa. Para solucionar este problema se pueden agregar términos en la serie numérica que compone la ecuación de transporte de masa y suponer valores de raíces reales, lo cual se dificulta debido a la carencia de más coeficientes empíricos.

La valoración anterior indica a su vez porqué sólo se pueden encontrar los coeficientes para temperaturas bajas, debido a las velocidades de hidratación menores, que ofrecen los tiempos necesarios para conseguir números de Fourier lo suficientemente altos para obtener soluciones que a su vez expresan una inconsistencia física.

Conociendo estas consideraciones, se analizó el sistema como uno donde la resistencia interna a la absorción másica es despreciable, para ello se usa la relación de 3.19 con la cual se obtiene una regresión exponencial simple:

$$\psi = \frac{M(t) - M_{\infty}}{M_i - M_{\infty}} = \exp\left(-\frac{h}{\varepsilon}t\right) = e^{-bt} \quad (6.7)$$

Donde se asume que la longitud característica (ε) es una constante con el valor de 0,119 m, que proviene del cociente del volumen y área elipsoidal del Cuadro 6.6. Se efectuó una regresión la cual se muestra en el Cuadro 6.14, para la cual se despejan los coeficientes de transferencia de masa para cada temperatura usando el tiempo en segundos:

Cuadro 6.14 Constantes de regresión para modelo de transferencia de masa con resistencia interna despreciable

Temperatura (°C)	Coficiente (s ⁻¹)	Error estándar	t	P	R ²	Residuales
20	0,004	0,001	9,286	<0,001	0,887	0,242
30	0,006	0,001	8,334	<0,001	0,959	0,077
40	0,014	0,002	6,618	<0,001	0,984	0,019
50	0,017	0,029	5,911	<0,001	0,956	0,026
60	0,018	0,003	6,322	<0,001	0,911	0,119
70	0,020	0,003	6,178	<0,001	0,945	0,649
Coficientes Globales						
R	R ²	Ajuste R ²	Error estándar			
0,969	0,938	0,927	0,096			

La tendencia natural de la razón de concentración de masas se muestra en la Figura 6.11, la cual denota cómo esta tiende a decrecer logarítmicamente con el tiempo entre 1 y 0:

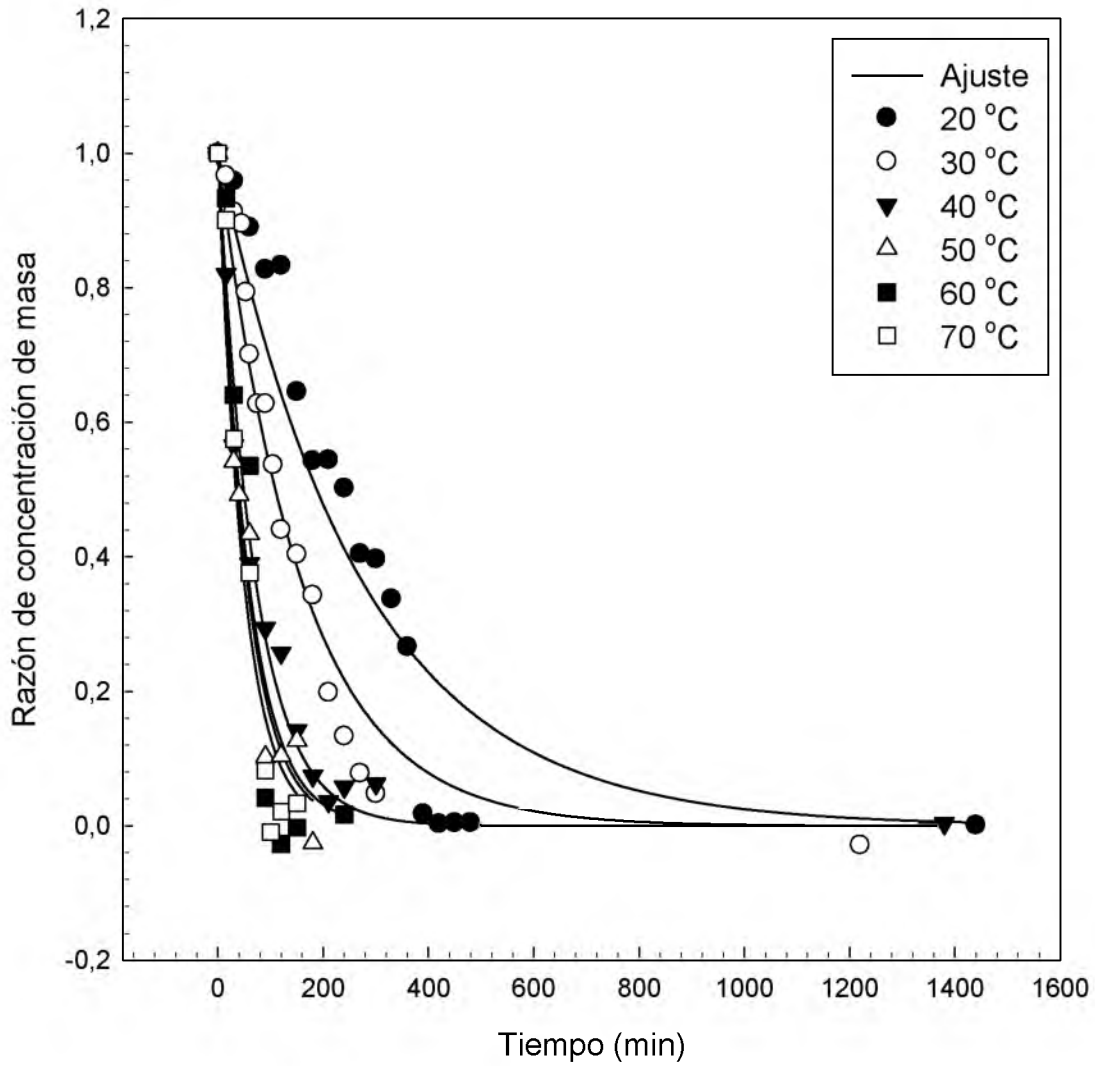


Figura 6.11 Razón de concentración de masa contra tiempo

Los valores del coeficiente de transferencia de masa para cada temperatura permitieron considerar que a través del tiempo son constantes. Suponiendo únicamente el área y volumen inicial, se despejó la humedad tal como se detalla en la ecuación 6.8.

$$M(t) = 62,524 + (M_i - 62,524) \cdot \exp\left(-\frac{h}{0,119}t\right) \quad (6.8)$$

Con lo que se definen las isothermas de la Figura 6.12:

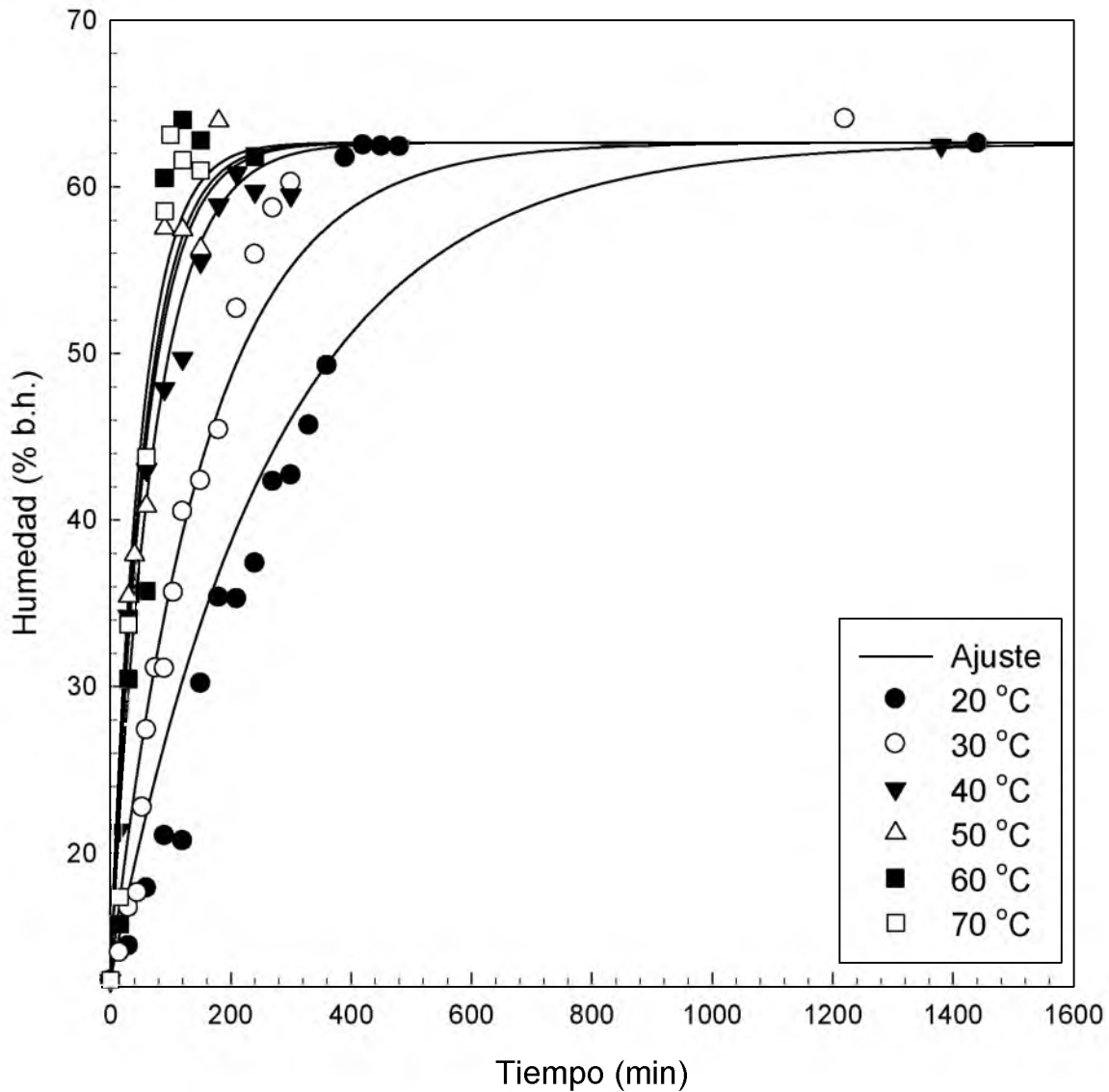


Figura 6.12 Modelo analítico de transferencia de masa

El Modelo Analítico de Transferencia de Masa ofrece valores de R^2 inferiores a las ecuaciones anteriores, pero tiene el mismo punto inicial para cada isoterma, lo cual no se

puede lograr con el modelo sigmoide, y ofrece coeficientes coherentes con las unidades del sistema internacional.

6.4 Efecto de la temperatura sobre la cinética de expansión volumétrica

Se estudió el cambio de los coeficientes de los modelos de expansión volumétrica y aumento de masa con respecto a la temperatura. En la Figura 6.13 el modelo de Peleg no muestra ninguna respuesta notable para la expansión volumétrica con respecto a la temperatura:

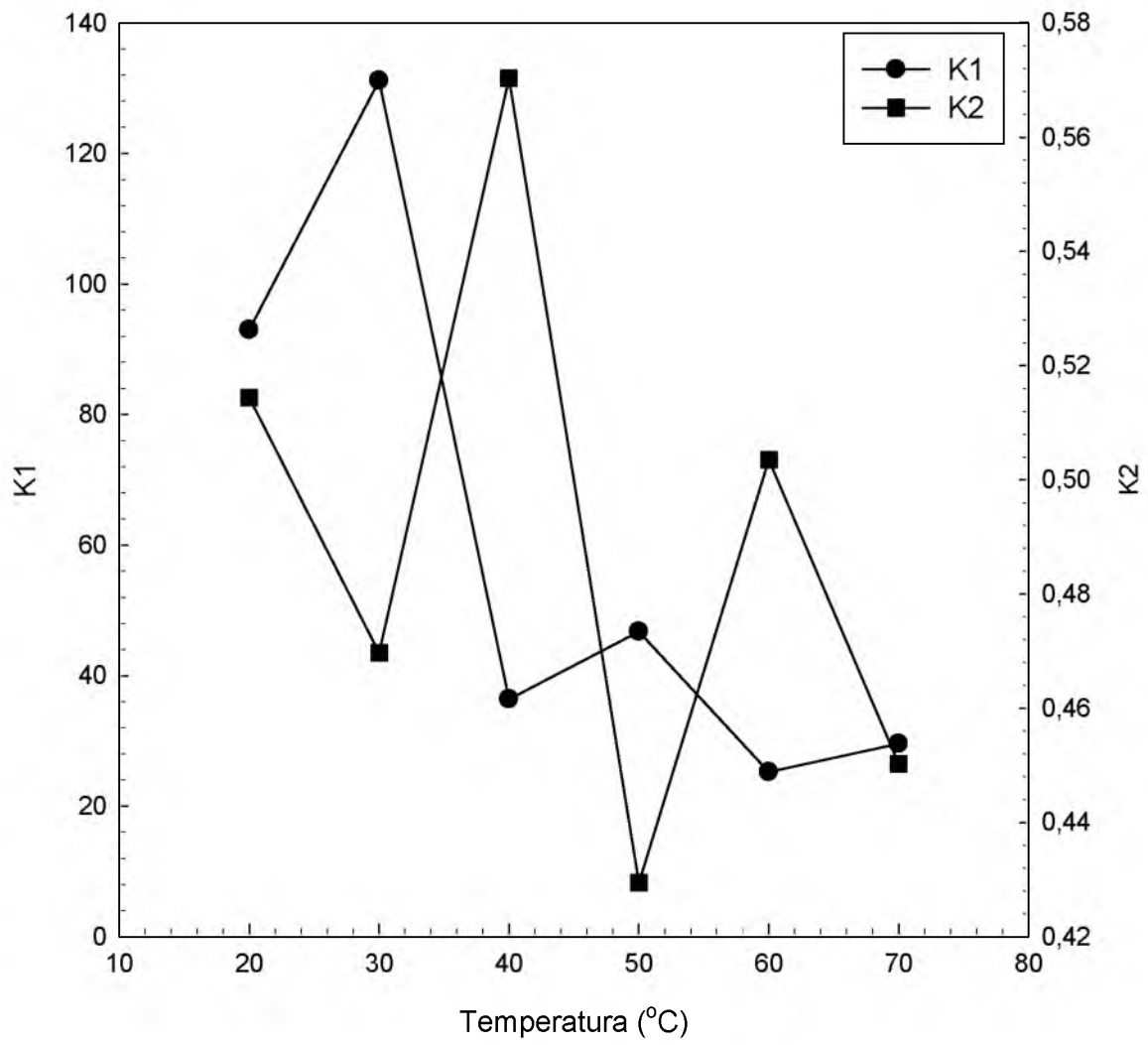


Figura 6.13 Variación de los coeficientes del modelo de Peleg para razón de volumen con respecto a la temperatura.

La variación de los coeficientes en el modelo de Peleg para humedad se exponen en la

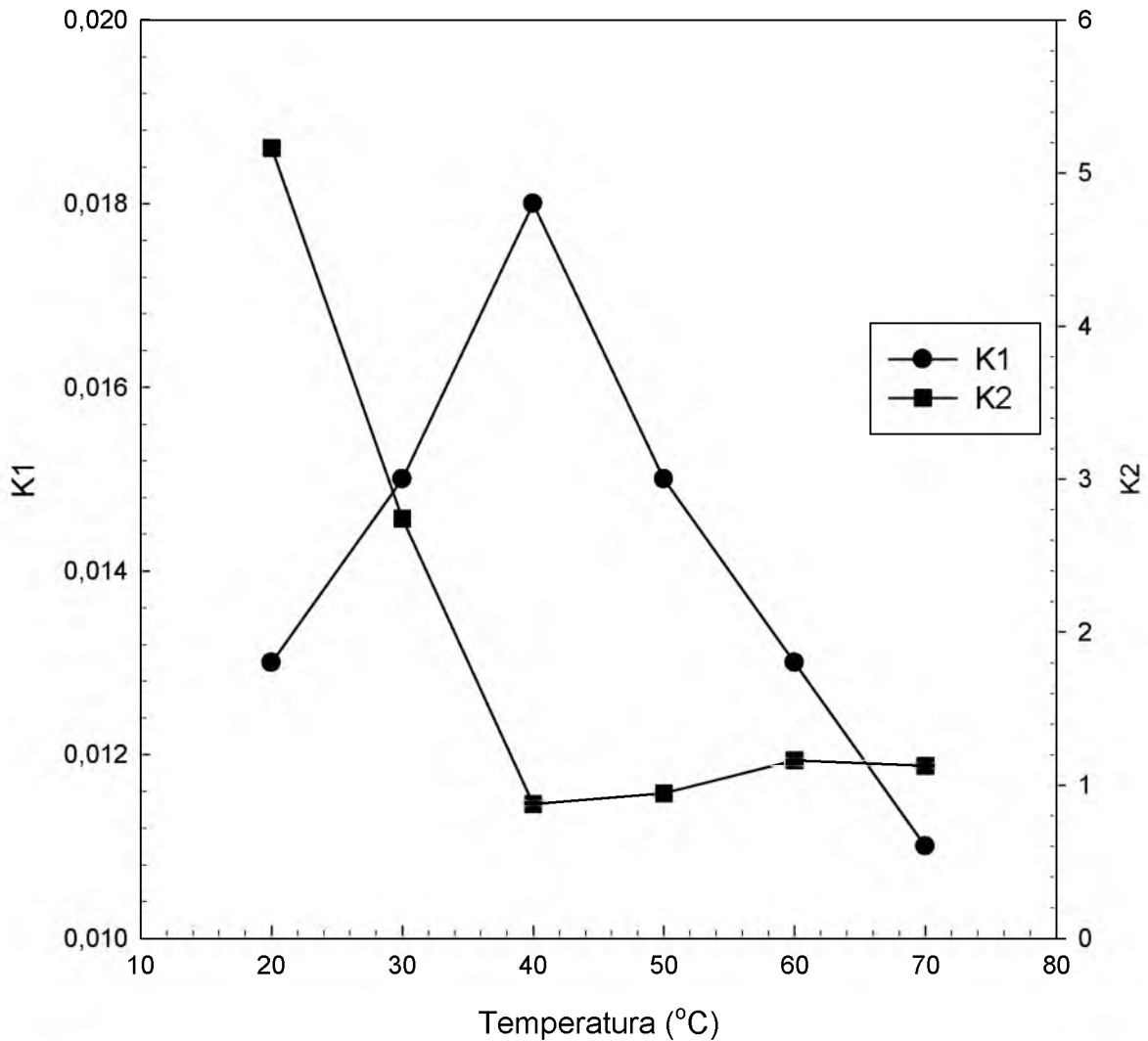


Figura 6.14, K_1 aumenta linealmente hasta alcanzar un punto máximo a 40 °C, y luego decrece, demostrando cómo esta constante no está correlacionada con la velocidad de transferencia de masa como se ha visto en Frijoles Caballero (Paredes et al., 2012). Además, K_2 no se correlaciona con la capacidad de absorción máxima del agua debido a que la humedad de equilibrio es constante e independiente de la temperatura (Cuadro 6.7).

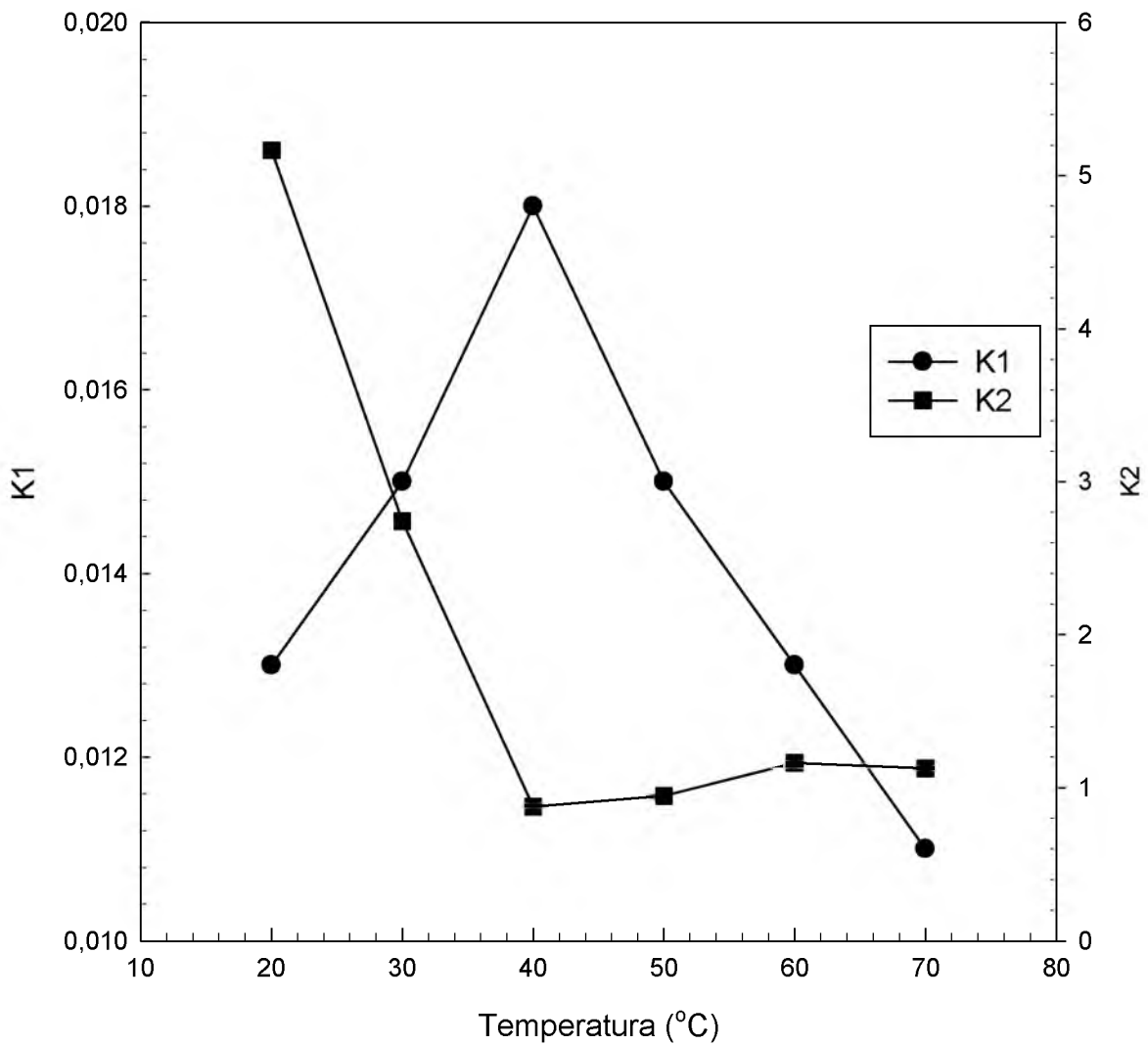


Figura 6.14 Variación de los coeficientes del modelo de Peleg para humedad con respecto a la temperatura

El efecto de la temperatura sobre el modelo sigmoide para razón de volumen, se muestra en la Figura 6.15. El tiempo de retraso (t) decrece conforme incrementa la temperatura hasta alcanzar un punto convergente a 40 °C; mientras que el parámetro cinético (k) aumenta de modo proporcional a la temperatura, lo cual explica la rápida aceleración del proceso, de manera que el parámetro cinético aumenta aproximadamente 5 veces el valor inicial.

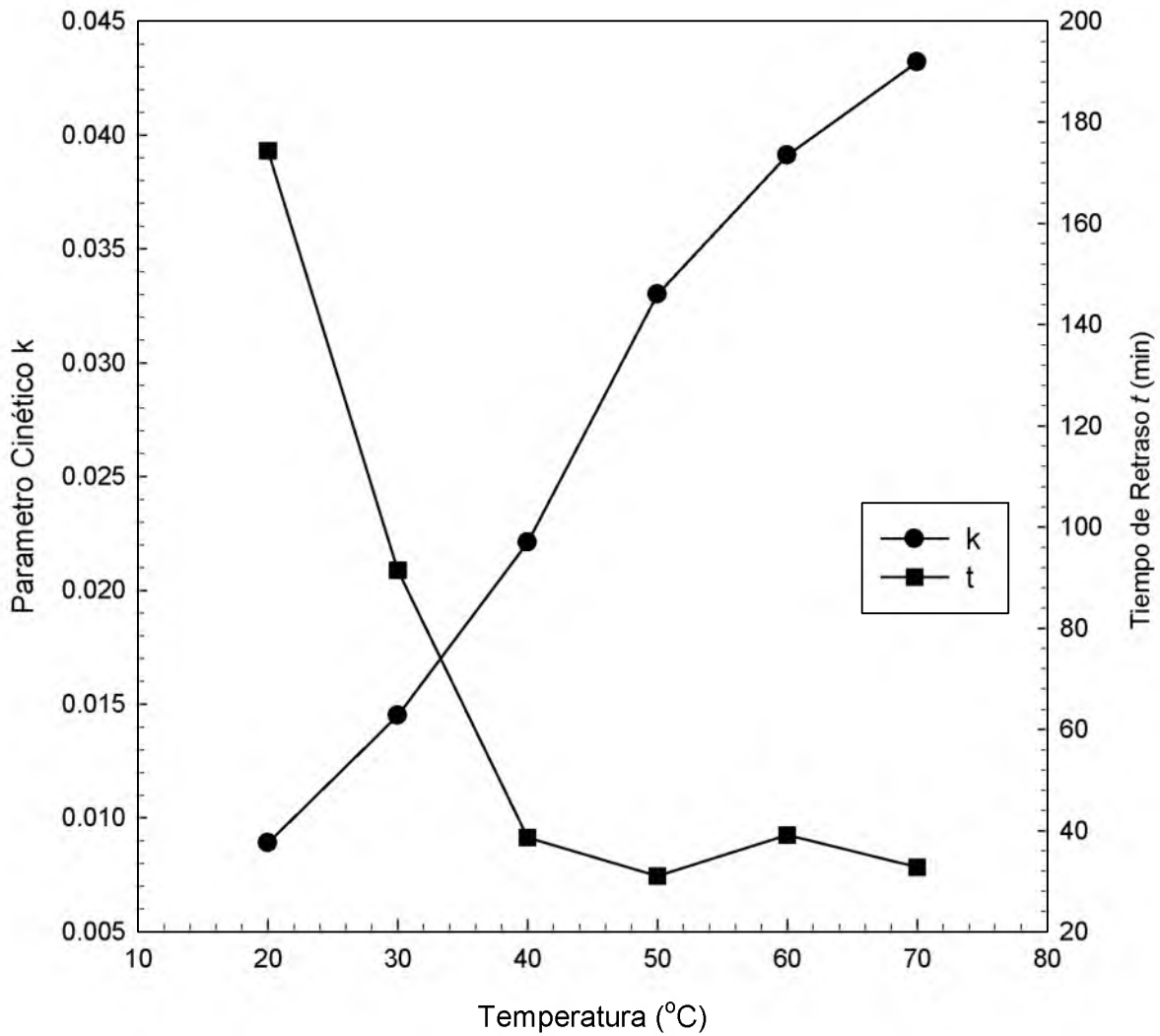


Figura 6.15 Variación de los coeficientes del modelo sigmoide para razón de volumen con respecto a la temperatura

La tendencia expuesta anteriormente se presenta de la misma forma para la humedad, como se muestra en la Figura 6.16:

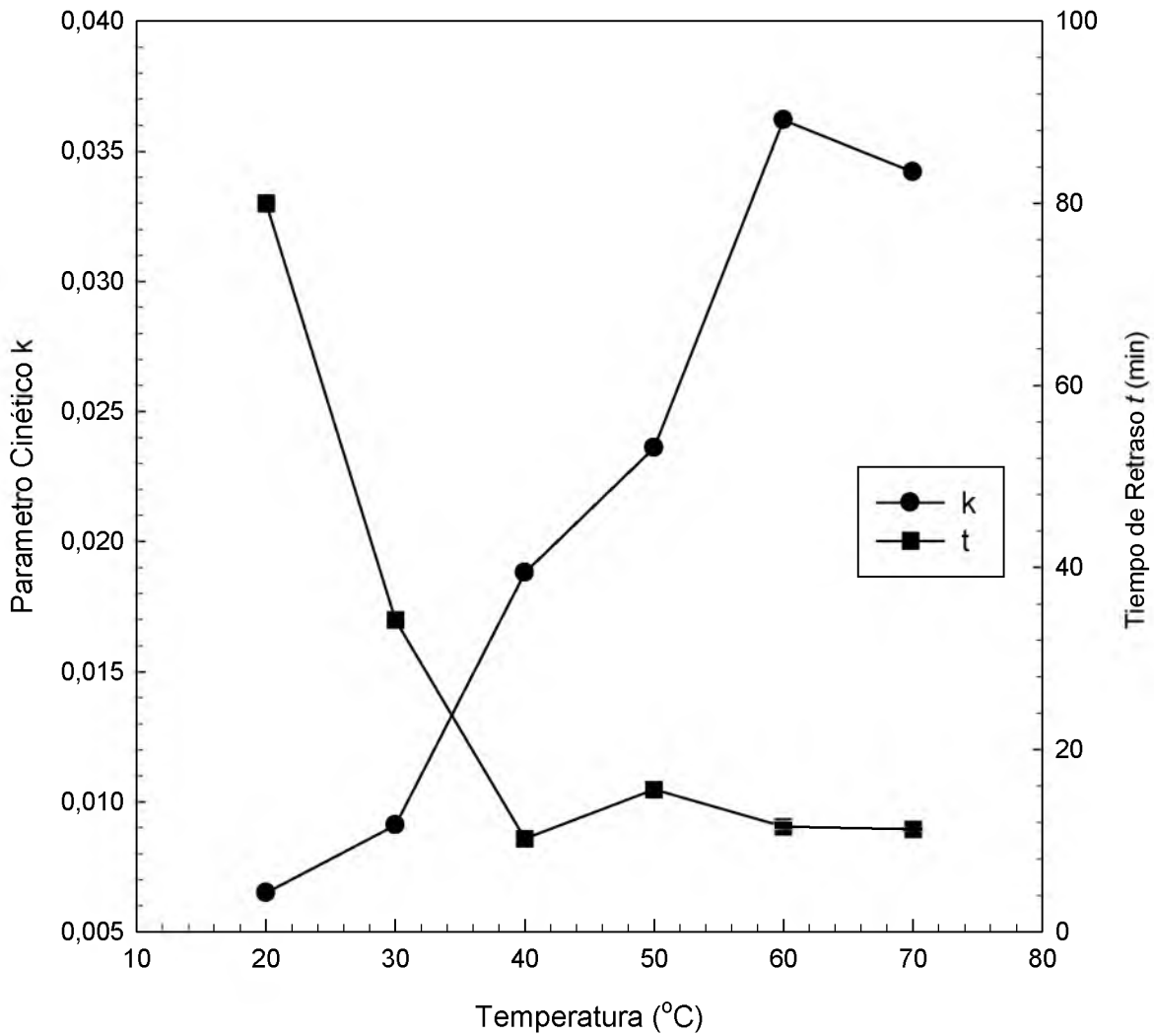


Figura 6.16 Variación de los coeficientes del modelo sigmoide para humedad con respecto a la temperatura

En la Figura 6.17 se muestra que el coeficiente de transferencia de masa incrementa proporcionalmente con la temperatura, incrementando en órdenes de magnitud semejante al parámetro cinético del modelo sigmoide, es decir, 5 veces el valor inicial. Erdoğdu (2008) describe que cuando ocurren números de Fourier menores a 0,2, existen coeficientes de difusión en el rango de 10^{-12} m/s. El valor de 10^{-8} es mucho mayor, explicando cómo el

análisis de cuerpo con resistencia interna despreciable se muestra válido en el rango de temperaturas estudiado.

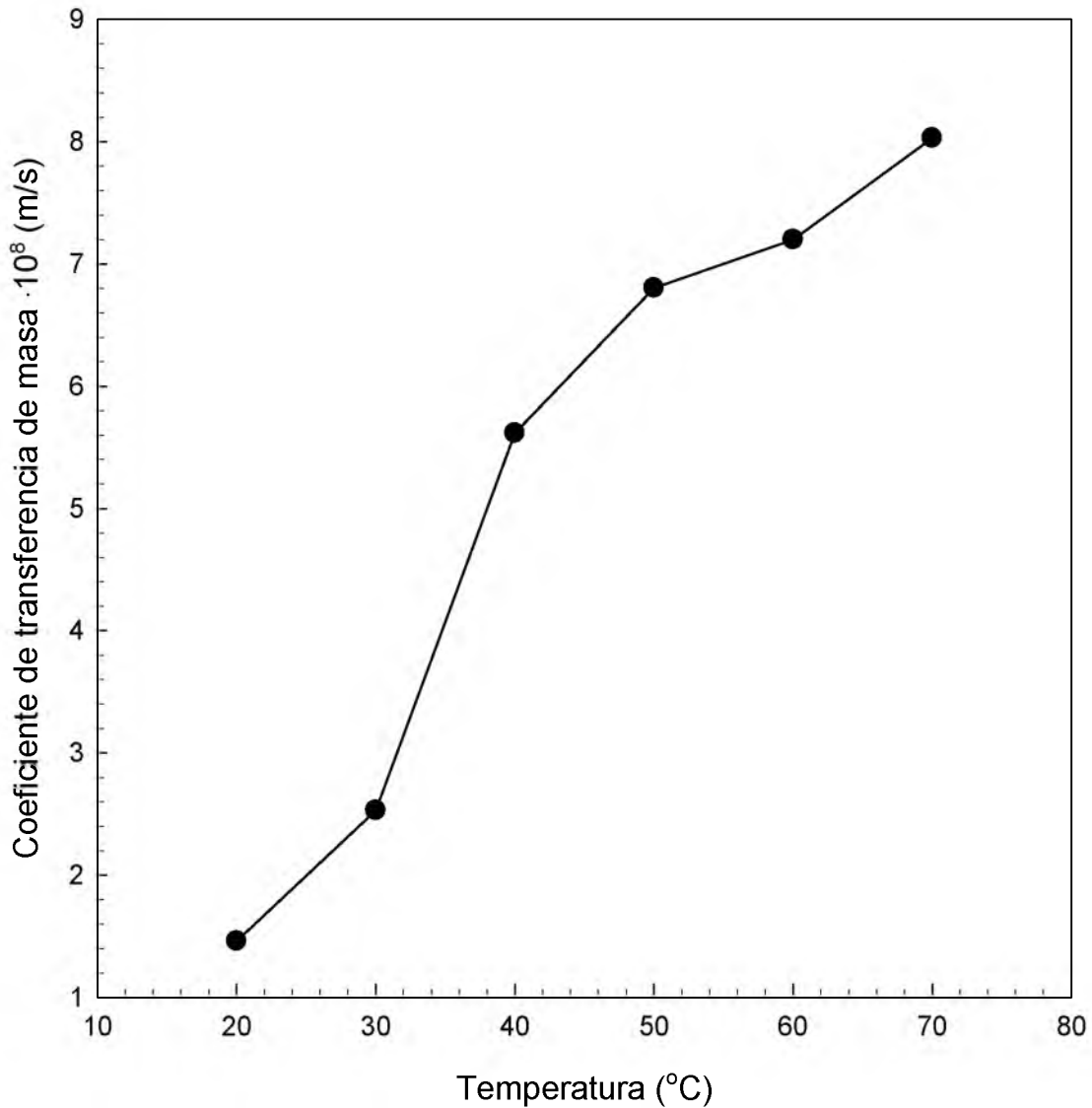


Figura 6.17 Variación de los coeficientes del modelo de transferencia de masa con respecto a la temperatura

Independiente del modelo usado se nota cómo las isotermas alcanzan un punto de máxima velocidad de hidratación al superar los 60 °C, para lo cual es proceso se puede considerar como optimado.

Se modelaron los coeficientes cinéticos de modelo sigmoide y el coeficiente de transferencia de masa con la temperatura del medio usando la ecuación de Arrhenius modificado; la relación de cambio de las propiedades para este análisis se muestra en la Figura 6.18, donde está el inverso de la temperatura versus el logaritmo natural del parámetro estudiado.

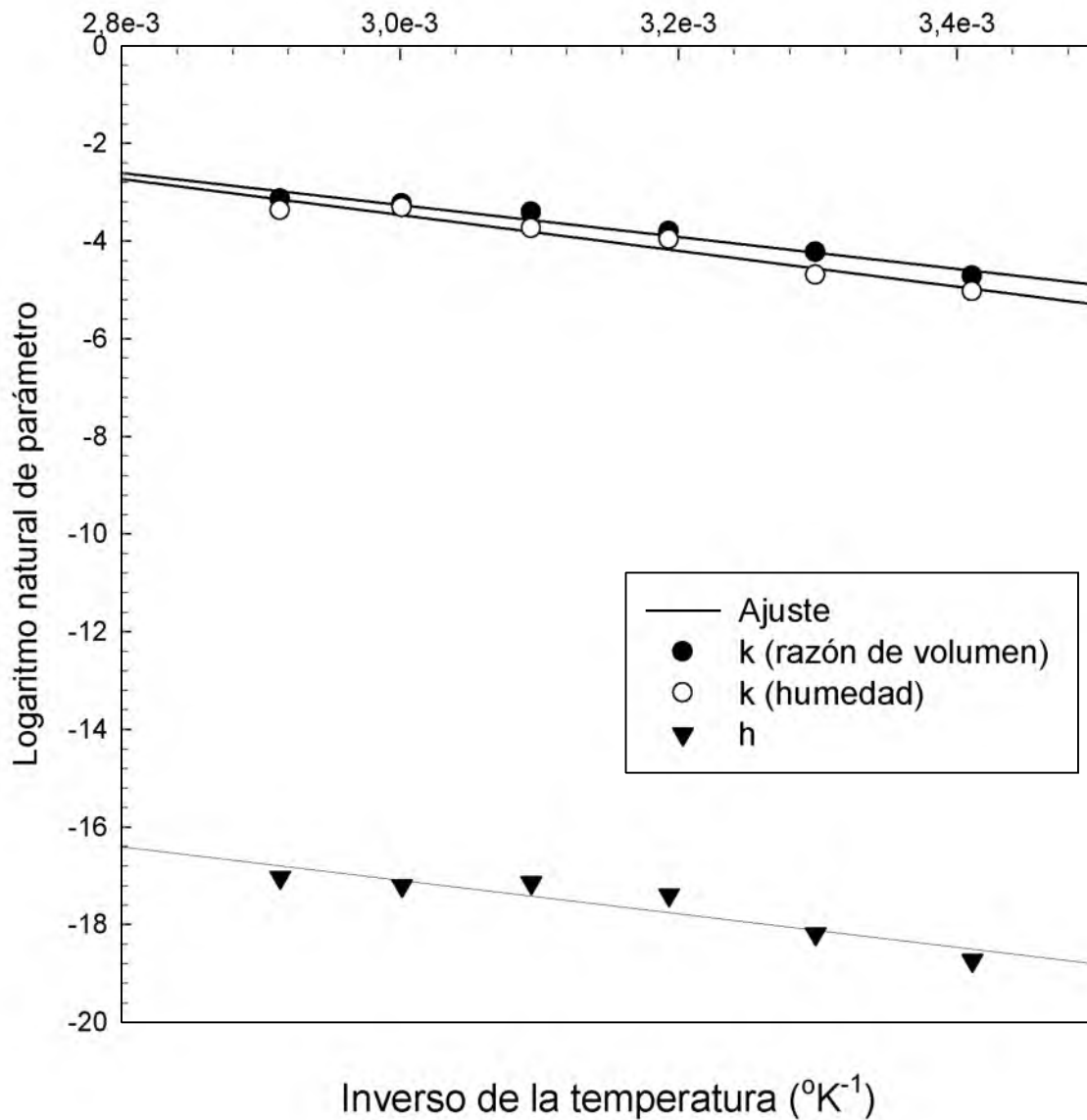


Figura 6.18 Parámetros para energía de activación

Con ello se determinó la constante pre exponencial y la energía de activación para cada mecanismo:

Parámetro cinético para razón de volumen ($R^2=0,963$)

$$k(T) = 119,673 \cdot \exp\left(\frac{-22410,739}{R \cdot T}\right) \quad (6.9)$$

Parámetro cinético para razón de humedad ($R^2=0,943$)

$$k(T) = 192,754 \cdot \exp\left(\frac{-24296,272}{R \cdot T}\right) \quad (6.10)$$

Coefficiente de transferencia de masa ($R^2=0,859$)

$$h(T) = 4,424 \cdot 10^{-4} \cdot \exp\left(\frac{-19764,235}{R \cdot T}\right) \quad (6.11)$$

Los valores de energía de activación se encuentran dentro del rango descrito para productos agrícolas $12,7-110 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ citado para secado de frijol (Corréa, Resende, Martinazzo, Goneli, & Botelho, 2007). Comparado con este intervalo los valores producidos en este trabajo son semejantes entre sí (diferencia de aproximadamente $2 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$), lo cual expresa un indicador del mecanismo de hidratación.

En la Figura 6.19 se muestra gráficamente la correlación entre los datos obtenidos y la ecuación modificada de Arrhenius para el modelo analítico, el cual corresponde a la secuencia de datos más relevante de este trabajo.

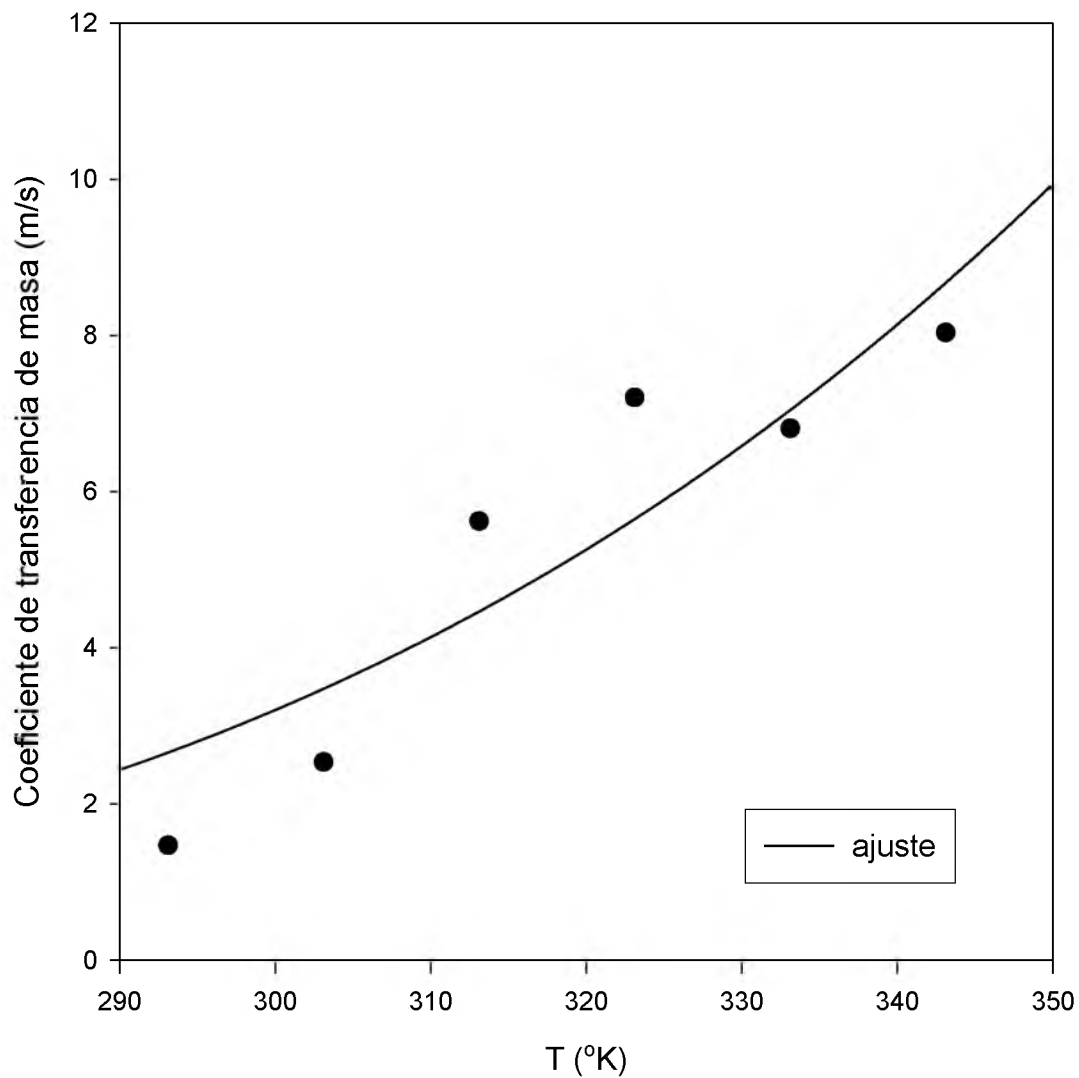


Figura 6.19 Ecuación de Arrhenius con respecto al coeficiente de transferencia de masa

Los valores obtenidos se comparan con los estudiados por otros autores para mecanismos análogos en el Cuadro 6.15, es notable como muchos exceden el rango previamente citado para productos agrícolas. Los tiempos de hidratación en los trabajos presentados tienden a variar de modo que no es posible encontrar una correlación entre sí usando la ecuación modificada de Arrhenius:

Cuadro 6.15 Valores de energía de activación estudiados

Producto (especie)	Mecanismo	Rango de temperaturas (°C)	Energía de activación (kJ·mol ⁻¹)	Referencia
Frijol Adzuki (<i>Vigna angularis</i>)	Imbibición-Modelo sigmoide	25-70	33,63-34,81	(Oliveira et al., 2013)
Frijol Talash, Sadri y Mahali Khomein (<i>Phaseolus vulgaris</i> L.)	Imbibición-Modelo Peleg	5;25;45	253,71; 154,35 y 86,77 respectivamente.	(Shafaei et al., 2016)
Garbanzo Kabuli, Chico y Desi (<i>Cicer arietinum</i> L.)	Imbibición-Modelo Peleg	5;25;45	126,26; 301,28 y 141,12 respectivamente.	(Shafaei et al., 2016)
Caupi GC y WC (<i>Vigna unguiculata</i>),	Imbibición-Difusión aproximada	25;35;45	78,81 y 37,62	(Kaptso et al., 2008)
Cacahuetes bambara WB y BB (<i>Voandzeia subterranea</i>	Imbibición-Difusión aproximada	25;35;45	11,20 y 35,69	(Kaptso et al., 2008)
Frijol Matambú (<i>Phaseolus vulgaris</i>)	Imbibición-Modelo sigmoide y transferencia de masa	20-70	19,76-24,29	Trabajo actual

Se toma como modelo general la forma de la ecuación para la transferencia de masa, al ofrecer la mejor representación de proceso de imbibición. Con esto se puede escribir la forma general de 6.8 y usar 6.3 para escribir el sistema de ecuaciones:

$$M(t, T) = 62,524 + (M_i - 62,524) \cdot \exp \left[- \frac{8,848 \cdot 10^{-5} \cdot \exp \left(\frac{-19764,235}{R \cdot T} \right)}{\varepsilon_0} t \right] \quad (6.12)$$

$$\frac{V}{V_0} = 0,673 + \left[2,733 \cdot \frac{M(t,T)}{100} \right] \quad (6.13)$$

La ecuación anterior permite asumir una longitud característica constante de 0,119 que aplica de modo aceptable para las condiciones límite definidas, sin embargo, esto puede ser inquirido para conseguir resultados que apliquen en distintas condiciones iniciales, lo cual se plantea en la sección de recomendaciones.

La investigación evidenció una cinética rápida, inferido por un coeficiente de transferencia de masa mayor que la difusión másica, indicando de que el elemento resistivo predominante al mecanismo de transporte de agua es la superficie externa, que es la capa permeable límite del frijol o cáscara.

Se puede concluir que la preservación de este cultivar se relaciona con la cobertura externa; Da Paixao (2011) ha encontrado de manera cualitativa en frijol Carioca (*Phaseolus vulgaris* L.) que la calidad del grano puede preservarse más tiempo usando coberturas de cera comestible. Además, Oreamuno (2016) encontró que para frijol Matambú el tiempo de almacenamiento afecta su imbibición, y el daño externo acelera la hidratación. Concretar este conocimiento de manera cuantitativa es importante para su manejo pos cosecha, conservación y consumo.

Sintetizando esta información, el Cuadro 6.16 presenta una matriz con comparaciones de las ecuaciones utilizadas para analizar el cambio en volumen y masa del frijol en hidratación. El modelo más efectivo corresponde a las funciones analíticas de transferencia de masa.

Cuadro 6.16 Síntesis de los modelos estudiados

Modelo	Ajuste Estadístico	Aporte computacional y numérico requerido	Ventajas	Desventajas
Peleg	Muy alto	Bajo, casi nulo.	Fácil de usar, semejanza considerable con datos experimentales.	No permite conocer el punto de equilibrio. Constantes no tienen relación con la temperatura. Se necesita conocer experimentalmente el tiempo que toma llegar al equilibrio y eliminar datos no convergentes.
Sigmoide	Moderadamente alto	Moderado	Obtiene puntos de convergencia y tiempos para la cúspide de sorción.	No ofrece constancia en el punto inicial de humedad o razón de volumen. Poca precisión en tiempos inferiores al tiempo de retraso. Se necesita conocer experimentalmente el tiempo que toma llegar al equilibrio.
Transferencia de masa	Alto	Alto, demanda uso de métodos numéricos y software que pueda iterar series numéricas.	Alto apego con la realidad, variables son funciones de propiedades físicas y permiten conocer el grano de manera indirecta.	Alta demanda computacional, solo es posible de resolver los sistemas de ecuaciones con software que proporcione algoritmos para ecuaciones complejas como lo son las funciones de Bessel.

7 Conclusiones

Se desarrolló una herramienta basada en el análisis de imágenes PDI, para determinar las dimensiones del frijol en las tres posiciones ortogonales. Esta metodología permitió calcular el volumen unitario de diez granos simultáneamente manteniendo su integridad. Los resultados son estadísticamente similares a las mediciones hechas con vernier y con la ventaja de eliminar el sesgo producido por el operador. Esto establece una metodología innovadora de bajo costo que permite realizar un análisis que no se encuentra en la bibliografía.

Tras ajustar tres modelos matemáticos Peleg, sigmoide y analítico con altos coeficientes de determinación ($R^2 \geq 0,9$), sólo el modelo analítico representó adecuadamente los puntos iniciales y finales de equilibrio del proceso, reflejando una cinética rápida, inferida por un coeficiente de transferencia de masa mayor que la difusión másica.

Al aumentar la temperatura del medio se incrementa la rapidez del proceso. Esa relación es descrita matemáticamente por el modelo de Arrhenius, donde fue determinada la energía de activación para iniciar los procesos de hidratación y de expansión del grano ($19,76 - 24,29 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$). La energía de activación del proceso de expansión volumétrica es semejante a la del aumento de masa, lo cual es un indicador de la analogía entre el parámetro cinético del modelo sigmoide y el coeficiente de transferencia de masa del modelo analítico.

El modelo analítico basado en la difusión del agua al interior del grano representa adecuadamente el aumento de la masa y el volumen en el proceso de imbibición del frijol Matambú a modo de un sistema general de ecuaciones. Adicionalmente, expresa de forma

numérica cómo el elemento resistivo predominante al mecanismo de transporte de agua es la cáscara, lo cual generalmente sólo se define de forma cualitativa. El conocimiento de estas variables es importante para la optimización en el procesamiento de alimentos, y provee información que puede ser extrapolada para comprender el análisis de calidad.

8 Recomendaciones

El modelo analítico presenta limitaciones por la situación estudiada debido a que no existe movimiento de agua sobre la superficie externa, y no hay conocimiento sobre la concentración en la capa límite, el uso de supuestos que permitan usar números adimensionales (Hallström et al., 2006) es descartado. Lo mismo aplica para balances de masa de flujo estable.

Esto conlleva a una concluyente limitación, que, bajo los objetivos propuestos, no es posible conocer si debido a posibles cambios en la textura por la hidratación existe un cambio significativo en el coeficiente de transferencia de masa (h). En lentejas especie *Lens culinaris*, (Joshi, Adhikari, Panozzo, & Aldred, 2010) y frijoles rojos (IŞIK & ÜNAL, 2007) este efecto se ha notado de modo apreciable con el uso de texturómetro. A modo de investigación futura, se hacen dos propuestas con el fin de evaluar dichos efectos y además poder determinar variables que se encuentran limitadas por la metodología presente.

Primero, con el fin de poder encontrar un coeficiente de difusión, se propone el uso de un análisis de grano que no fuese individual, pero en bulto, donde se tiene una masa total de material biológico. De este modo se posibilita el análisis de una resistencia no despreciable para una geometría semejante a dicho volumen.

Segundo, con el fin de evaluar los efectos por la variación del coeficiente de transferencia de masa y la longitud característica (ε) se expresa una demostración haciendo uso del método de Newton-Raphson. En este caso, al tomar el resultado de la función de transferencia de masa con resistencia despreciable (6.7) y combinarlo con las razones de volumen (6.3) y área superficial (6.4), que son a su vez funciones de la humedad, se puede despejar esta variable. Debido a que la humedad queda a ambos lados de la ecuación este

método es necesario. Recordando que la longitud característica es el cociente de volumen y área se tiene que:

$$\psi = \frac{M(t) - M_{\infty}}{M_i - M_{\infty}} = \exp\left(-\frac{h}{\varepsilon}t\right)$$

$$\psi = \frac{M(t) - M_{\infty}}{M_i - M_{\infty}} = \exp\left(-\frac{hA_0[0,818 + 0,016 \cdot M(t)]}{V_0[0,673 + 2,733 \cdot M(t)]}t\right)$$

$$F(h) = \exp\left(-\frac{hA_0[0,818 + 0,016 \cdot M(t)]}{V_0[0,673 + 2,733 \cdot M(t)]}t\right) - \psi = 0$$

$$F'(h) = \frac{A_0[0,818 + 0,016 \cdot M(t)]}{V_0[0,673 + 2,733 \cdot M(t)]}t \cdot \exp\left(-\frac{hA_0[0,818 + 0,016 \cdot M(t)]}{V_0[0,673 + 2,733 \cdot M(t)]}t\right)$$

$$h_{n+1} = h_n - \frac{F(h)}{F'(h)}$$

Con la demostración numérica anteriormente descrita, sólo se necesitan conocer los valores de humedad a través del tiempo y calcular las soluciones de manera directa, sin necesidad de hacer regresiones estadísticas. Sin embargo, es posible también usar este método para encontrar curvas de sorción asumiendo condiciones iniciales distintas al de este trabajo, pero para ello es necesario realizar experimentación adicional.

9 Bibliografía

- Abu-Ghannam, N., & McKenna, B. (1997). The application of Peleg's equation to model water absorption during the soaking of red kidney beans (*Phaseolus vulgaris* L.). *Journal of Food Engineering*, 32(4), 391-401. [http://doi.org/10.1016/S0260-8774\(97\)00034-4](http://doi.org/10.1016/S0260-8774(97)00034-4)
- Alfaro, V. (2015). *Efectos de la altitud sobre las características físicas y organolépticas del café de la zona de Los Santos (Tesis de licenciatura)*. Universidad de Costa Rica.
- Arana, J. (2012). Novel Measurement Techniques of Physical Properties of Vegetables. En *Physical Properties of Foods* (pp. 253-284). CRC Press. <http://doi.org/10.1201/b11542-13>
- Araya, R., Martínez, K., & López, A. (2013). *Protocolo para el manejo poscosecha de la semilla de frijol* (1.ª ed.). San José, C.R: Organización de las Naciones Unidas para la Alimentación y la Agricultura (FAO).
- Arias, A. M., Valverde, J. M., Fonseca, P. R., & Melara, M. V. (2010). In vitro plant regeneration system for common bean (*Phaseolus vulgaris*): effect of N6-benzylaminopurine and adenine sulphate. *Electronic Journal of Biotechnology*, 13(1). <http://doi.org/10.2225/vol13-issue1-fulltext-7>
- Arozarena, I., Iguaz, A., Noriega, M., Bobo, G., & Vírveda, P. (2012). Physical Properties of Cereal Products. En *Physical Properties of Foods* (pp. 285-326). CRC Press. <http://doi.org/10.1201/b11542-14>
- Cardoso, F. F., Ascheri, D. P. R., & Carvalho, C. W. P. de. (2014). Propiedades reológicas y de adsorción de agua de harina extrudida de arroz y bagazo de cebada. *Revista Ceres*, 61(3), 313-322. <http://doi.org/10.1590/S0034-737X2014000300003>
- Çengel, Y. A. (2003). *Heat Transfer: A Practical Approach* (2.ª ed.). Boston, USA: McGraw-Hill.

- Chaves, B. D., Echeverry, A., Miller, M. F., & Brashears, M. M. (2015). Prevalence of molecular markers for Salmonella and Shiga toxinogenic *Escherichia coli* (STEC) in whole-muscle beef cuts sold at retail markets in Costa Rica. *Food Control*, 50(1), 497-501. <http://doi.org/10.1016/j.foodcont.2014.09.024>
- Clement, S., & Quisenberry, S. (1998). *Global Plant Genetic Resources for Insect-Resistant Crops*. CRC Press. <http://doi.org/10.1201/9781420049336>
- Corrêa, P. C., Resende, O., Martinazzo, A. P., Goneli, A. L. D., & Botelho, F. M. (2007). Modelagem matemática para a descrição do processo de secagem do feijão (*Phaseolus vulgaris* L.) em camadas delgadas. *Engenharia Agrícola*, 27(2), 501-510. <http://doi.org/10.1590/S0100-69162007000300020>
- Costa, C., Antonucci, F., Pallottino, F., Aguzzi, J., Sun, D.-W., & Menesatti, P. (2011). Shape Analysis of Agricultural Products: A Review of Recent Research Advances and Potential Application to Computer Vision. *Food and Bioprocess Technology*, 4(5), 673-692. <http://doi.org/10.1007/s11947-011-0556-0>
- Da Paixao, A. (2011). *Propriedades físicas e qualidade do feijão tratado com cera de carnaúba durante o armazenamento (Tesis de maestría)*. Universidade Federal de Viçosa.
- Datta, A. (2002). Diffusion Mass Transfer. En *Biological and Bioenvironmental Heat and Mass Transfer*. CRC Press. <http://doi.org/10.1201/9780203910184.ch13>
- Erdoğdu, F. (2005). Mathematical approaches for use of analytical solutions in experimental determination of heat and mass transfer parameters. *Journal of Food Engineering*, 68(2), 233-238. <http://doi.org/10.1016/j.jfoodeng.2004.05.038>
- Erdoğdu, F. (2008). A review on simultaneous determination of thermal diffusivity and heat transfer coefficient. *Journal of Food Engineering*, 86(3), 453-459. <http://doi.org/10.1016/j.jfoodeng.2007.10.019>
- Hallström, B., Gekas, V., Sjöholm, I., & Romulus, A. (2006). Mass Transfer in Foods. En

Handbook of Food Engineering (2.^a ed., pp. 471-493). CRC Press.

<http://doi.org/10.1201/9781420014372.ch7>

IŞIK, E., & ÜNAL, H. (2007). Moisture-dependent physical properties of white speckled red kidney bean grains. *Journal of Food Engineering*, 82(2), 209-216.

<http://doi.org/10.1016/j.jfoodeng.2007.02.012>

Jiménez, M. (2008). *Descripción morfológica e histológica del desarrollo ontogénico del eje embrionario cigótico de cuatro variedades costarricenses de frijol (Phaseolus vulgaris L.) bajo condiciones de cultivo in vitro (Tesis de licenciatura)*. Universidad de Costa Rica.

Joshi, M., Adhikari, B., Panozzo, J., & Aldred, P. (2010). Water uptake and its impact on the texture of lentils (*Lens culinaris*). *Journal of Food Engineering*, 100(1), 61-69.

<http://doi.org/10.1016/j.jfoodeng.2010.03.028>

Kaptso, K. G., Njintang, Y. N., Komnek, A. E., Hounhouigan, J., Scher, J., & Mbofung, C. M. F. (2008). Physical properties and rehydration kinetics of two varieties of cowpea (*Vigna unguiculata*) and bambara groundnuts (*Voandzeia subterranea*) seeds.

Journal of Food Engineering, 86(1), 91-99.

<http://doi.org/10.1016/j.jfoodeng.2007.09.014>

Kashiri, M., Kashaninejad, M., & Aghajani, N. (2010). Modeling water absorption of sorghum during soaking. *Latin American Applied Research*, 40(4), 383-388.

Recuperado a partir de

[http://www.scielo.org.ar/scielo.php?script=sci_abstract&pid=S0327-](http://www.scielo.org.ar/scielo.php?script=sci_abstract&pid=S0327-07932010000400014)

[07932010000400014](http://www.scielo.org.ar/scielo.php?script=sci_abstract&pid=S0327-07932010000400014)

Mc Naught, A. D. ., & Wilkinson, A. (2012). *Compendium of Chemical Terminology-Gold Book*. *Journal of the American Chemical Society* (2.^a ed., Vol. 97). Research Triangle Park, NC: IUPAC. <http://doi.org/10.1351/goldbook>

Michailidis, P., Krokida, M., Bisharat, G., Marinos-Kouris, D., & Rahman, M. S. (2009).

- Measurement of Density, Shrinkage, and Porosity. En *Food Properties Handbook* (2.^a ed.). CRC Press. <http://doi.org/10.1201/9781420003093.ch13>
- Michailidis, P., Krokida, M., & Rahman, M. S. (2009). Data and Models of Density, Shrinkage, and Porosity. En *Food Properties Handbook* (2.^a ed.). CRC Press. <http://doi.org/10.1201/9781420003093.ch14>
- Mohsenin, N. N. (1986). *Physical properties of plant and animal materials : structure, physical characteristics, and mechanical properties* (2.^a ed.). New York, USA: Gordon and Breach Science Publishers.
- Oliveira, A. L., Colnaghi, B. G., Silva, E. Z. da, Gouvêa, I. R., Vieira, R. L., & Augusto, P. E. D. (2013). Modelling the effect of temperature on the hydration kinetic of Adzuki beans (*Vigna angularis*). *Journal of Food Engineering*, 118(4), 417-420. <http://doi.org/10.1016/j.jfoodeng.2013.04.034>
- Oreamuno, P. (2016). *Efecto de las altas temperaturas en el campo, el momento de la cosecha y el almacenamiento tradicional sobre el tiempo de cocción y la imbibición de los granos de variedades de frijol común (tesis de maestría)*. Universidad de Costa Rica.
- Paredes, E., Quiroz, M., Quispe, K., Reyes, B., Velásquez, L., Zavaleta, N., & Sánchez-González, J. A. (2012). Application Peleg's model for study the effect of temperature and water hardness during the rehydration of Caballero bean (*Phaseolus vulgaris*). *Agroindustrial science*, 2(1), 14-22. <http://doi.org/10.17268/agroind.science.2012.01.02>
- Peleg, M. (1988). An Empirical Model for the Description of Moisture Sorption Curves. *Journal of Food Science*, 53(4), 1216-1217. <http://doi.org/10.1111/j.1365-2621.1988.tb13565.x>
- Quicazán, M., Caicedo, L., & Cuenca, M. (2012). Applying Peleg's equation to modelling the kinetics of solid hydration and migration during soybean soaking. *Ingeniería e*

- Investigación*, 32(3), 53-57. Recuperado a partir de http://www.scielo.org.co/scielo.php?pid=S0120-56092012000300011&script=sci_arttext&tlng=es
- Rahman, M. S. (2005). *Engineering Properties of Foods, Third Edition*. (M. Rao, A. Datta, & S. Rizvi, Eds.) *Engineering Properties of Foods* (3.^a ed., Vol. 20051170). CRC Press. <http://doi.org/10.1201/9781420028805>
- Rao, I. (2014). Advances in Improving Adaptation of Common Bean and Brachiaria Forage Grasses to Abiotic Stresses in the Tropics. En *Handbook of Plant and Crop Physiology* (3.^a ed., pp. 847-890). CRC Press. <http://doi.org/10.1201/b16675-49>
- Shafaei, S. M., Masoumi, A. A., & Roshan, H. (2016). Analysis of water absorption of bean and chickpea during soaking using Peleg model. *Journal of the Saudi Society of Agricultural Sciences*, 15(2), 135-144. <http://doi.org/10.1016/j.jssas.2014.08.003>
- Stroshine, R. (2014). *Physical properties of agricultural materials and food products*. West Lafayette, IN, USA: Purdue University Press.
- Venora, G., Grillo, O., Ravalli, C., & Cremonini, R. (2009). Identification of Italian landraces of bean (*Phaseolus vulgaris* L.) using an image analysis system. *Scientia Horticulturae*, 121(4), 410-418. <http://doi.org/10.1016/j.scienta.2009.03.014>
- Walker, C. K., & Panozzo, J. F. (2012). Measuring volume and density of a barley grain using ellipsoid approximation from a 2-D digital image. *Journal of Cereal Science*, 55(1), 61-68. <http://doi.org/10.1016/j.jcs.2011.10.004>
- Zanella-Díaz, E., Mújica-Paz, H., Soto-Caballero, M. C., Welti-Chanes, J., & Valdez-Fragoso, A. (2014). Quick hydration of tepary (*Phaseolus acutifolius* A. Gray) and pinto beans (*Phaseolus vulgaris* L.) driven by pressure gradients. *LWT - Food Science and Technology*, 59(2), 800-805. <http://doi.org/10.1016/j.lwt.2014.05.042>

Anexo A: Resultados de la calibración del picnómetro

La densidad del aceite y volumen del picnómetro para la variación de la temperatura encontrada en el laboratorio se muestra en la Figura A.1 y la Tabla A.1, respectivamente. Esta información corresponde a la calibración requerida para el cálculo de volumen usando principio de Arquímedes, no se encontraron diferencias significativas del volumen del instrumento con respecto a la temperatura. ($p > 0,05$)

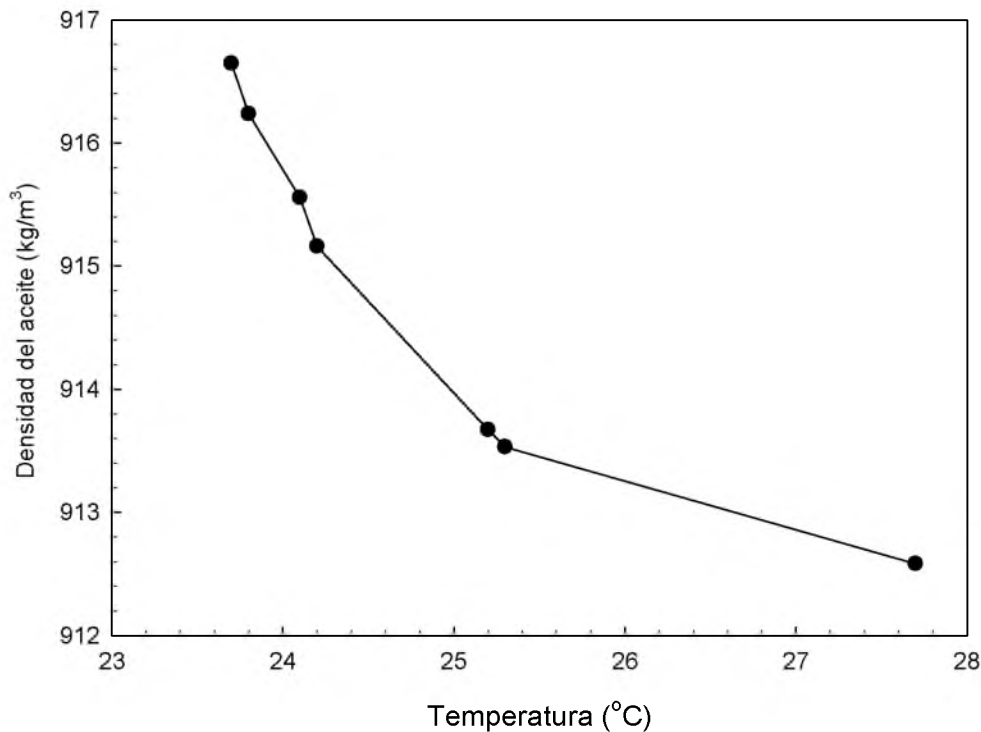


Figura A.1 Variación de la densidad del aceite con la temperatura

Cuadro A.1 Variación del volumen del aceite en los límites operativos

Temperatura (°C)	24,3	27,2
Promedio	$32,240 \pm 0,006$	$32,241 \pm 0,008$

Anexo B: Macros para ImageJ

Esta sección se compone de los Macros para ImageJ, se puso el código más genérico, de modo que cualquier usuario los pueda usar como puntos de partida para su análisis de partículas usando contrastes de color, en este caso, se utilizan colores calibrados para frijol, guardando los análisis en una carpeta personal:

```
//Código autogenerated por ImageJ para
generar zona de estudio:

// Color Thresholder 1.50b
// Autogenerated macro, single images
only!
min=newArray(3);
max=newArray(3);
filter=newArray(3);
a=getTitle();
call("ij.plugin.frame.ColorThresholder.RGB
BtoLab");
run("RGB Stack");
run("Convert Stack to Images");
selectWindow("Red");
rename("0");
selectWindow("Green");
rename("1");
selectWindow("Blue");
rename("2");
min[0]=0;
max[0]=149;
filter[0]="pass";
min[1]=0;
max[1]=150;
filter[1]="pass";
min[2]=112;
max[2]=255;
filter[2]="pass";
for (i=0;i<3;i++){
  selectWindow(""+i);
  setThreshold(min[i], max[i]);
  run("Convert to Mask");
  if (filter[i]=="stop") run("Invert");
}
imageCalculator("AND create", "0","1");
imageCalculator("AND create", "Result of
0","2");
for (i=0;i<3;i++){
  selectWindow(""+i);
  close();
}
selectWindow("Result of 0");
close();
selectWindow("Result of Result of 0");
rename(a);
// Colour Thresholding-----

//datos para analizar particulas:
setOption("BlackBackground", false);
run("Make Binary");
run("Fill Holes");
run("Set Measurements...", "area centroid
center perimeter fit feret's area_fraction
display add redirect=None decimal=3");
run("Rotate 90 Degrees Right");
run("Analyze Particles...", "size=30-2000
circularity=0.5-1 show=[Overlay Masks]
");
run("Labels...", "color=orange font=42
show bold");

//Guardar resultados
saveAs("Results",
"F:\ttesis\Resultados\Results.xls");
//
```

El siguiente macro sirve para recortar fotos, y darles escala. En este caso se usa la escala de una imagen particular, pero esto debe calibrarse para cada experimento con ayuda de un escalímetro, regla, etc.

```
run("Set Scale...", "distance=166.6787 known=10 pixel=1 unit=mm");  
makeRectangle(1542, 1758, 3260, 324);  
run("Crop");
```